LIVRO TEXTO

MATEMÁTICA E RACIOCÍNIO LÓGICO

EAD.FAMINAS

EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA

S237m Santos, Érica Marques da Silva
Matemática e raciocínio lógico. / Érica Marques da Silva Santos; Fernanda Cristina Abrão da Rocha (rev.org.); Jéssica Aparecida Corrêa do Espírito Santo (edit.). - Muriaé: UNIFAMINAS, 2021.
70 p.

ISBN: 978-65-89983-02-6

1. Matemática. 2. Raciocínio lógico. I. Santos, Érica Marques da Silva. II. Rocha, Fernanda Cristina Abrão da. (rev.org.) III. Espírito Santo, Jessica Ap. Corrêa do. (edit.) IV. Título.

CDD 510

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária Cristina de Souza Maia- CRB6 2294

Objetivos:

CONCEITOS BÁSICOS

ADE 1

- Reforçar os conteúdos básicos estudados no Ensino Fundamental e Ensino Médio;
- Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender o mundo á sua volta;
- Resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio;
- Sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções;
- Comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar suas hipóteses.

ASSUNTOS

1.1 FRAÇÕES

O símbolo $\frac{a}{b}$ significa a $\div$b, sendo ***a*** e ***b*** números naturais e ***b*** *diferente de zero*.

Chamamos:

- ***a*** de numerador;
- ***b*** de denominador.

Se ***a*** é múltiplo de ***b***, então $\frac{a}{b}$ é um número natural.

Veja um exemplo:

A fração $\frac{8}{2}$ é igual a $8 \div 2$. Neste caso, 8 é o numerador e 2 é o denominador. Efetuando a divisão de 8 por 2, obtemos o quociente 4. Assim, $\frac{8}{2}$ é um número natural e 8 é múltiplo de 2.

Simplificação de frações

Uma fração equivalente a $\frac{9}{12}$, com termos menores, é $\frac{3}{4}$. A fração $\frac{3}{4}$ foi obtida dividindo-se ambos os termos da fração $\frac{9}{12}$ pelo fator comum 3. Dizemos que a fração $\frac{3}{4}$ é uma fração simplificada de $\frac{9}{12}$.

A fração $\frac{3}{4}$ não pode ser simplificada, por isso é chamada de ***fração irredutível*.**

A fração $\frac{3}{4}$ não pode ser simplificada porque 3 e 4 não possuem nenhum fator comum

Adição e subtração de números fracionários

Temos que analisar dois casos:

1º) Frações com denominadores iguais

Para somar frações com denominadores iguais, basta somar os numeradores e conservar o denominador.

Para subtrair frações com denominadores iguais, basta subtrair os numeradores e conservar o denominador.

$$\frac{4}{7} + \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$$

$$\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{3}{7}$$

2º) Frações com denominadores diferentes

Para somar frações com denominadores diferentes, uma solução é obter frações equivalentes, de denominadores iguais ao **MMC** (mínimo múltiplo comum ou menor múltipl0 comum) dos denominadores das frações.

Exemplo: somar as frações $\frac{4}{5}+\frac{5}{2}$. Obtendo o mmc dos denominadores temos mmc(5,2) = 10.

5, 2	2
5, 1	5
1,1	10

multiplicando-se os dois fatores obtém-se o MMC

$$\frac{4}{5}+\frac{5}{2}=$$

$$\frac{8}{10}+\frac{25}{10}=\frac{33}{10} \Rightarrow$$

O mmc obtido deverá ser dividido pelo denominador anterior e o resultado da divisao deverá ser multipicado pelo numerador da fração dada.Utilizamos o mmc para obter frações equivalentes e de mesmo denominador e depois somamos normalmente as frações obtdas conforme no 1º caso.

Multiplicação e divisão de números fracionários

Na **multiplicação** de números fracionários, devemos multiplicar numerador por numerador, e denominador por denominador, assim como é mostrado nos exemplos abaixo:

$$\frac{8}{3}x\frac{4}{3}=\frac{8x4}{3x3}=\frac{32}{9}$$

$$\frac{-5}{2}x\frac{4}{3}=\frac{-5x4}{2x3}=\frac{-20}{6}=-\frac{20}{6}=-\frac{10}{3}$$

Na **divisão** de números fracionários, devemos multiplicar a primeira fração pelo inverso da segunda, como é mostrado no exemplo abaixo:

$$\frac{\frac{8}{3}}{\frac{4}{3}}=\frac{8}{3}x\frac{3}{4}=\frac{24}{12}=2$$

1.2 NÚMEROS DECIMAIS

A forma de **notação decimal**, que corresponde a uma outra forma de representação dos números racionais fracionários.

O uso dos números decimais é bem superior ao dos números fracionários. Observe que nos computadores e nas máquinas calculadoras utilizamos unicamente a forma decimal.

Frações Decimais

Observe as frações:

$$\begin{array}{cccc} \frac{3}{10}, & \frac{4}{100}, & \frac{19}{1000}, & \frac{48}{10000} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 10^1 & 10^2 & 10^3 & 10^4 \end{array}$$

Os denominadores são potências de 10.

Assim:

Denominam-se **frações decimais**, todas as frações que apresentam potências de 10 no denominador.

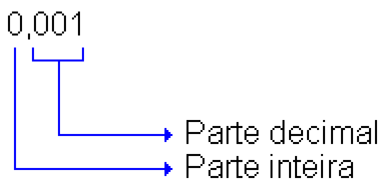
Observe no quadro a representação de frações decimais através de números decimais:

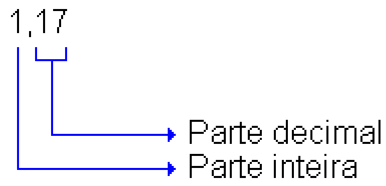
Fração Decimal	=	Números Decimais
$\frac{5}{10}$	=	0,5
$\frac{5}{100}$	=	0,05
$\frac{5}{1000}$	=	0,005
$\frac{5}{10000}$	=	0,0005

Fração Decimal	=	Números Decimais
$\frac{117}{10}$	=	11,7
$\frac{117}{100}$	=	1,17
$\frac{117}{1000}$	=	0,117
$\frac{117}{10000}$	=	0,0117

Os números 0,1, 0,01, 0,001; 11,7, por exemplo, são números decimais.

Nessa representação, verificamos que a vírgula separa a parte inteira da parte decimal.





Leitura dos números decimais:

No sistema de numeração decimal, cada algarismo, da parte inteira ou decimal, ocupa uma posição ou ordem com as seguintes denominações:

Centenas	Dezenas	Unidades	Décimos	Centésimos	Milésimos	Décimos milésimos	Centésimos milésimos	Milionésimos

Partes inteiras Partes decimais

Lemos a parte inteira, seguida da parte decimal, acompanhada das palavras:

- Décimos .... : quando houver uma casa decimal;
- Centésimos..................................... : quando houver duas casas decimais;
- Milésimos....................................... : quando houver três casas decimais;
- Décimos milésimos .... : quando houver quatro casas decimais;
- Centésimos milésimos .... : quando houver cinco casas decimais e, assim sucessivamente.

<u>Exemplos:</u>

a) 1,2: um inteiro e dois décimos;
b) 2,34: dois inteiros e trinta e quatro centésimos

Quando a parte inteira do número decimal é zero, lemos apenas a parte decimal.

<u>Exemplos:</u>

a) 0,1 : um décimo;
b) 0,79 : setenta e nove centésimos

Observação:

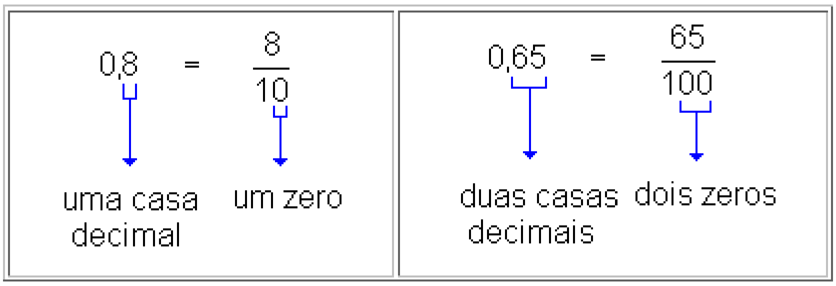
1. Existem outras formas de efetuar a leitura de um número decimal.
   Observe a leitura do número 5,53:

Transformação de números decimais em frações decimais

Observe os seguintes números decimais:

- 0,8 (lê-se "oito décimos"), ou seja, $\frac{8}{10}$
- 0,65 (lê-se "sessenta e cinco centésimos"), ou seja, $\frac{65}{100}$
- 5,36 (lê-se "quinhentos e trinta e seis centésimos"), ou seja, $\frac{536}{100}$
- 0,047 (lê-se "quarenta e sete milésimos"), ou seja, $\frac{47}{1000}$

Verifique então que:



Assim:

$$\underbrace{5{,}36}_{\text{duas casas decimais}} = \frac{536}{\underbrace{100}_{\text{dois zeros}}} \qquad \underbrace{0{,}047}_{\text{três casas decimais}} = \frac{47}{\underbrace{1000}_{\text{três zeros}}}$$

Um número decimal é igual à fração que se obtém escrevendo para numerador o número sem vírgula e dando para denominador a unidade seguida de tantos zeros quantas forem as casas decimais.

Transformação de fração decimal em número decimal

Observe as igualdades entre frações decimais e números decimais a seguir:

$$\frac{15}{\underbrace{10}_{\text{um zero}}} = \underbrace{1{,}5}_{\text{uma casa decimal}} \qquad \frac{31}{\underbrace{100}_{\text{dois zeros}}} = \underbrace{0{,}31}_{\text{duas casas decimais}}$$

$$\frac{7}{\underbrace{1000}_{\text{três zeros}}} = \underbrace{0{,}007}_{\text{três casas decimais}} \qquad \frac{5825}{\underbrace{10000}_{\text{quatro zeros}}} = \underbrace{0{,}5825}_{\text{quatro casas decimais}}$$

Podemos concluir, então, que:
Para se transformar uma fração decimal em número decimal, basta dar ao numerador tantas casas decimais quantos forem os zeros do denominador.

Operações com números racionais decimais

1 - Adição

Considere a seguinte adição:

$$1{,}28 + 2{,}6 + 0{,}038$$

Transformando em frações decimais, temos:

$$\frac{128}{100}+\frac{26}{10}+\frac{38}{1.000}=\frac{1.280}{1.000}+\frac{2.600}{1.000}+\frac{38}{1.000}=\frac{3.918}{1.000}=3{,}918$$

Método prático

1º) Igualamos o número de casas decimais, com o acréscimo de zeros;

2º) Colocamos vírgula debaixo de vírgula; e,

3º) Efetuamos a adição, colocando a vírgula na soma alinhada com as demais.

Exemplos:

1,28 + 2,6 + 0,038

$$\begin{array}{r} 1{,}280 \\ +\,2{,}600 \\ 0{,}038 \\ \hline 3{,}918 \end{array}$$

35,4 + 0,75 + 47

$$\begin{array}{r} 35{,}40 \\ +\;\;0{,}75 \\ 47{,}00 \\ \hline 83{,}15 \end{array}$$

6,14 + 1,8 + 0,007

$$\begin{array}{r} 6{,}140 \\ +\,1{,}800 \\ 0{,}007 \\ \hline 7{,}947 \end{array}$$

2 – Subtração

Considere a seguinte subtração:

$3{,}97 - 2{,}013$

Transformando em fração decimais, temos:

$$\frac{397}{100}-\frac{2.013}{1.000}=\frac{3.970}{1.000}-\frac{2.013}{1.000}=\frac{1.957}{1.000}=1{,}957$$

Método prático

1º) Igualamos o número de casas decimais, com o acréscimo de zeros;

2º) Colocamos vírgula debaixo de vírgula; e,

3º) Efetuamos a subtração, colocando a vírgula na diferença, alinhada com as demais.

Exemplos:

a) 3,97 - 2,01

$$\begin{array}{r} 3{,}\ 970 \\ -\,2{,}\ 013 \\ \hline 1{,}\ 957 \end{array}$$

b) 17,2 - 5,146

$$\begin{array}{r} 17{,}\ 200 \\ -\;\;5{,}\ 146 \\ \hline 12{,}\ 054 \end{array}$$

c) 9 - 0,987

$$\begin{array}{r} 9{,}\ 000 \\ -\,0{,}\ 987 \\ \hline 8{,}\ 013 \end{array}$$

3 - Multiplicação

Considere a seguinte multiplicação: 3,49 · 2,5

Multiplicamos os dois números decimais como se fossem naturais. Colocamos a vírgula no resultado de modo que o número de casas decimais do produto seja igual à soma dos números de casas decimais dos fatores.

Exemplos:

a) $3{,}49 \times 2{,}5 =$

$$\begin{array}{rl} 3{,}49 & \longrightarrow \textbf{2 casas decimais.} \\ \times \quad 2{,}5 & \longrightarrow \textbf{1 casa decimal.} \\ \hline 1745 & \\ +\ 698\ \ & \\ \hline 8{,}725 & \longrightarrow \textbf{3 casas decimais.} \end{array}$$

b) $1{,}842 \times 0{,}013 =$

$$\begin{array}{rl} 1{,}842 & \longrightarrow \textbf{3 casas decimais.} \\ \times \quad 0{,}013 & \longrightarrow \textbf{3 casas decimais.} \\ \hline 5526 & \\ +\ 1842\ \ & \\ \hline 0{,}023946 & \longrightarrow \textbf{6 casas decimais.} \end{array}$$

Observação:

1. Para se multiplicar um número decimal por 10, 100, 1.000, ..., basta deslocar a vírgula **para a direita** uma, duas, três, ..., casas decimais.

   Exemplos:

   a)

$$2{,}684 \cdot 10 = \frac{2.684}{1.00\cancel{0}} \cdot 1\cancel{0} = \frac{2.684}{100} = 26{,}84$$

a vírgula desloca-se uma casa

   b)

$$2{,}684 \cdot 100 = \frac{2.684}{1.0\cancel{0}\cancel{0}} \cdot 1\cancel{0}\cancel{0} = \frac{2.684}{10} = 268{,}4$$

a vírgula desloca-se duas casas

   c)

$$2{,}684 \cdot 1.000 = \frac{2.684}{1.\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}} \cdot 1.\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0} = \frac{2.684}{1} = 2684{,}0 = 2.684$$

a vírgula desloca-se três casas

2. Os números decimais podem ser transformados em porcentagens.

   Exemplos:

$$0{,}05 = \frac{5}{100} = 5\%$$

$$1{,}17 = \frac{117}{100} = 117\%$$

4 - Divisão

1º: Divisão exata

Considere a seguinte divisão: $1{,}4 \div 0{,}05$

1º) Igualamos o número de casas decimais, com o acréscimo de zeros;

2º) Suprimimos as vírgulas; e,

3º) Efetuamos a divisão.

Exemplos:

• $1{,}4 \div 0{,}05$ Igualamos as casas decimais: 1,4**0** : 0,05 Suprimindo as vírgulas: 140 : 5 Logo, o quociente de 1,4 por 0,05 é 28.	Efetuado a divisão
• $6 : 0{,}015$ Igualamos as casas decimais 6,000 : 0,015 Suprimindo as vírgulas 6.000 : 15 Logo, o quociente de 6 por 0,015 é 400.	Efetuando a divisão 6000 | 15 000 | **400**
• $4{,}096 : 1{,}6$ Igualamos as casas decimais 4,096 : 1,600 Suprimindo as vírgulas 4.096 : 1.600	Efetuando a divisão 4.096 | 1.600 896 | **2**

Observe que na divisão acima o quociente inteiro é 2 e o resto corresponde a 896 unidades. Podemos prosseguir a divisão determinando a parte decimal do quociente. Para a determinação dos décimos, colocamos uma vírgula no quociente e acrescentamos um zero resto, uma vez que 896 unidades correspondem a 8.960 décimos.

```
4.096 | 1.600        4.096 | 1.600        4.096 | 1.600
 8960   2,            8960   2,5           8960   2,56
                       960                  9600
                                               0
```

Continuamos a divisão para determinar os centésimos acrescentando outro zero ao novo resto, uma vez que 960 décimos correspondem a 9600 centésimos.

O quociente 2,56 é exato, pois o resto é nulo. Logo, o quociente de 4,096 por 1,6 é 2,56.

1.3 PORCENTAGEM

É frequente o uso de expressões que refletem acréscimos ou reduções em preços, números ou quantidades, sempre tomando por base 100 unidades.

Alguns exemplos:

- A gasolina teve um aumento de 15% Significa que em cada R$100 houve um acréscimo de R$15,00
- O cliente recebeu um desconto de 10% em todas as mercadorias. Significa que em cada R$100 foi dado um desconto de R$10,00

Dos jogadores que jogam no Grêmio, 90% são craques.
Significa que em cada 100 jogadores que jogam no Grêmio, 90 são craques.

Razão centesimal

Toda a razão que tem para consequente o número 100 denomina-se **razão centesimal**. Alguns exemplos:

$$\frac{7}{100}, \frac{16}{100}, \frac{125}{100}, \frac{210}{100}$$

Podemos representar uma razão centesimal de outras formas:

$$\frac{7}{100} = 0{,}07 = 7\% \qquad \text{(lê-se "sete por cento")}$$
$$\frac{16}{100} = 0{,}16 = 16\% \qquad \text{(lê-se "dezesseis por cento")}$$
$$\frac{125}{100} = 1{,}25 = 125\% \qquad \text{(lê-se "cento e vinte e cinco por cento")}$$

As expressões 7%, 16% e 125% são chamadas **taxas centesimais** ou **taxas percentuais**. Considere o seguinte problema:

a) João vendeu 50% dos seus 50 cavalos. Quantos cavalos ele vendeu?

Para solucionar esse problema devemos aplicar a taxa percentual (50%) sobre o total de cavalos.

$$50\% \text{ de } 50 = \frac{50}{100} . 50 = \frac{2500}{100} = 25 \text{ cavalos}$$

Logo, ele vendeu 25 cavalos, que representa a **porcentagem** procurada.

Exemplos:

- *Calcular 10% de 300.*

$$10\% \text{ de } 300 = \frac{10}{1\cancel{00}} . 3\cancel{00} = 30$$

- *Calcular 25% de 200kg.*

$$25\% \text{ de } 200 = \frac{25}{1\cancel{00}} . 2\cancel{00} = 50$$

Porcentagem é o valor obtido ao aplicarmos uma taxa percentual a um determinado valor.

Logo, 50kg é o valor correspondente à porcentagem procurada.

1ª ATIVIDADE DE FIXAÇÃO

1) Um jogador de futebol, ao longo de um campeonato, cobrou 75 faltas, transformando em gols 8% dessas faltas. Quantos gols de falta esse jogador fez?

2) Se eu comprei uma ação de um clube por R$250,00 e a revendi por R$300,00, qual a taxa percentual de lucro obtida?

Uma dica importante:

Fator de multiplicação.

Se, por exemplo, há um <u>acréscimo</u> de 10% a um determinado valor, podemos calcular o novo valor apenas multiplicando esse valor por **1,10**, que é o fator de multiplicação. Se o acréscimo for de 20%, multiplicamos por **1,20**, e assim por diante.

Veja a tabela abaixo:

Acréscimo ou Lucro	Fator de Multiplicação
10%	1,10
15%	1,15
20%	1,20
47%	1,47
67%	1,67

Exemplo: Aumentando 10% no valor de R$10,00 temos: 10 x 1,10 = **R$ 11,00**

No caso de haver um decréscimo, o fator de multiplicação será:

Fator de Multiplicação = 1 - taxa de desconto (na forma decimal)

Veja a tabela abaixo:

Desconto	Fator de Multiplicação
10%	0,90
25%	0,75
34%	0,66
60%	0,40
90%	0,10

Exemplo: Descontando 10% no valor de R$10,00 temos: 10 x 0,90 = **R$ 9,00**

Exemplo 1

Uma mercadoria é vendida em, no máximo, três prestações mensais e iguais, totalizando o valor de R$ 900,00. Caso seja adquirida à vista, a loja oferece um desconto de 12% sobre o valor a prazo. Qual o preço da mercadoria na compra à vista?

Podemos utilizar a razão centesimal ou o número decimal correspondente.

$$12\% = \frac{12}{100} = 0{,}12$$

Utilizando razão centesimal

$$\frac{12}{100} \times 900 = \frac{12 \times 900}{100} = \frac{10800}{100} = 108\, reais$$

$$900 - 108 = 792\, reais$$

Utilizando número decimal

$$0{,}12 \times 900 = 108\, reais$$

$$900 - 108 = 792\, reais$$

A utilização de qualquer procedimento fica a critério próprio, pois os dois métodos chegam ao resultado de forma satisfatória e exata. No caso do exemplo 1, o desconto no pagamento à vista é de R$ 108,00, portanto o preço é de R$ 792,00.

Exemplo 2

O FGTS (Fundo de Garantia por Tempo de Serviço) é um direito do trabalhador com carteira assinada, no qual o empregador é obrigado por lei a depositar em uma conta na Caixa Econômica Federal o valor de 8% do salário bruto do funcionário. Esse dinheiro deverá ser sacado pelo funcionário na ocorrência de demissão sem justa causa. Determine o valor do depósito efetuado pelo empregador, calculado o FGTS sobre um salário bruto de R$ 1.200,00.

$$8\% = \frac{8}{100} = 0{,}08$$

Utilizando razão centesimal

$$\frac{8}{100} \times 1200 = \frac{8 \times 1200}{100} = \frac{9600}{100} = 96\, reais$$

Utilizando número decimal

$$0{,}08 \times 1200 = 96\, reais$$

O depósito efetuado será de R$ 96,00.

Exemplo 3

Em uma sala de aula com 52 alunos, 13 utilizam bicicletas como transporte. Expresse em porcentagem a quantidade de alunos que utilizam bicicleta.

Podemos utilizar uma regra de três simples.

Alunos → 13 ---------- 52
Porcentagem → x ----------- 100%

$52.x = 13 \times 100$
$52x = 1300$
$x = \frac{1300}{52}$
$x = 25\%$

Portanto, 25% dos alunos utilizam bicicletas.

1.4 POTENCIAÇÃO

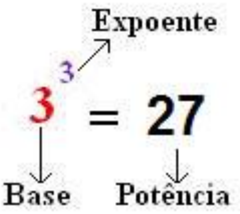
O conceito de potenciação é muito importante no que se refere aos desenvolvimentos dos exercícios nos conteúdos de equações e funções exponenciais, além de outras aplicações, e por este motivo temos que ter bastante cuidado ao estudar as propriedades e as principais características da potenciação. Estas propriedades já foram vistas e suas principais características. E hoje vamos fazer um resumo delas, de forma que sejam assimilados todos os conceitos vistos.

Vejamos:

A potenciação é uma multiplicação de fatores iguais.

Temos que, $(+3).(+3).(+2) = (+3)^3$

Na potência $(+3)^3 = +27$, temos:



Para os números inteiros relativos, temos:

1) **Bases positivas**

Vamos ver quanto vale $(+3)^2$

$(+3)^2 = (+3) . (+3) = +9$

E quanto vale $(+5)^4$?

$(+5)^4 = (+5) . (+5). (+5) . (+5) = +625$

Observação: Toda a potência de base positiva é sempre positiva.

2) **Bases negativas**

E agora, quanto vale $(-3)^2$?

$(-3)^2 = (-3). (-3) = +9$

E quanto vale $(-2)^3$?

$(-2)^3 = (-2).\ (-2).\ (-2) = -8$

Observação:
Toda potência de base negativa é positiva, se o expoente for par, e é negativa, se o expoente for ímpar.

Propriedades da potência

I) Toda potência de base 1 é igual a 1.

Exemplos:

$1^2 = 1$

$1^6 = 1$

II) **Toda potência de expoente 1 é igual à base.**

Exemplos:

$2^1 = 2$

$3^1 = 3$

III) **Toda potência de expoente zero vale 1**.

Exemplos:

$1^0 = 1$

$2^0 = 1$

$a^0 = 1$ com a diferente de zero.

IV) **Toda potência de base igual a zero e expoente diferente de zero, vale zero.**

Exemplos:

$0^1 = 0$

$0^3 = 0$

V) **Toda potência de base 10 é igual a 1, seguido de tantos zeros quantas forem as unidades do expoente.**

Exemplos:

$10^1 = 10$

$10^2 = 100$

$10^3 = 1000$

Operações com potências

I) Multiplicação de potências de mesma base.

$2^{3} \cdot 2^{2} = 2^{3+2} = 2^{5}$

Conserva-se a base e somam-se os expoentes.

Vejamos mais alguns exemplos:

a) $2^{5} . 2^{3} = 2^{5+3} = 2^{8}$

b) $3^{7} . 3^{2} = 2^{7+2} = 3^{9}$

c) $3^{2} . 3 = 3^{2+1} = 3^{3}$

II) **Divisão de potências de mesma base:**

$2^{3} \div 2^{2} = 2^{3-2} = 2$

Conserva-se a base e subtrai-se do expoente do dividendo o expoente do divisor. Vejamos outros exemplos:

a) $2^{5} \div 2^{2} = 2^{5-2} = 2^{3}$

b) $7^{4} \div 7^{3} = 7^{4-3} = 7$

c) $9^{3} \div 9^{2} = 9^{3-2} = 9$

III) **Potência de potência:**

$(2^{2})^{3} = 2^{2.3} = 2^{6}$

Conserva-se a base e multiplicam-se os expoentes.

Vejamos outros exemplos:

a) $(3^{4})^{2} = 3^{4.2} = 3^{8}$

b) $(2^{5})^{2} = 2^{5.2} = 2^{10}$

c) $(3^{4})^{1} = 3^{4.1} = 3^{4}$

IV) **Produto elevado a uma potência:**

$(3 . 5)^{2} = 3^{2} . 5^{2}$

Elevam-se cada fator à potência considerada, ou efetua-se a multiplicação e eleva-se o resultado à potência considerada.

$(3 . 5)^{2} = 15^{2}$

Vejamos mais alguns exemplos:

a) $(2 . 7)^{3} = 2^{3} . 7^{3}$

b) $(2 . 3. 4)^{5} = 2^{5} . 3^{5}. 4^{5}$

c) $(8 . 5)^{4} = 8^{4} . 5^{4}$

1.5 EXPRESSÕES NUMÉRICAS

É a representação de uma sequência de operações (multiplicação, divisão, adição e subtração).

Exemplo: $10 \times 2 - 6$ ou $28 \div 4 - 5$

Mas como saber qual a operação tem prioridade?

Quando uma expressão numérica é formada apenas por adições e subtrações, devemos resolvê-la na ordem em que as operações aparecem, mas respeitando a regra:

Da esquerda para direita. 

$$20 - 3 + 5 - 4 =$$

$$17 + 5 - 4 =$$

$$22 - 4 = 18$$

Em uma expressão em que temos as quatro operações básicas (multiplicação, divisão, adição e subtração) as divisões e as multiplicações têm prioridade sobre a adição e a subtração.

Exemplo:

$$20 - 3 \times 4 =$$

$$20 - 12 = 8$$

Mas se temos divisões e multiplicações juntas, devemos resolvê-las na ordem em que aparecem nas expressões.

$$18 \div 3 + 5 \times 4$$

$$6 + 5 \times 4$$

$$6 + 20 = 26$$

Em algumas expressões numéricas podem aparecer os seguintes símbolos:

Parênteses → ( )

Colchetes → [ ]

Chaves → { }

Esses símbolos indicam a ordem de prioridade em que as operações devem ser resolvidas. A ordem é a seguinte:

Exemplo 1:

$$[(23 - 3) \div 4] + 2$$

$$[20 \div 4] + 2$$

$$5 + 2$$

$$\underline{7}$$

Exemplo 2:

$$\{[(4 \times 5) - 7] + 3 \times 2\} - 1$$

$$\{[20 - 7] + 3 \times 2\} - 1$$

$$\{13 + 6\} - 1$$

$$19 - 1$$

$$\underline{18}$$

2ª ATIVIDADE DE FIXAÇÃO

1- Qual é a alternativa que representa a fração $\frac{9}{2}$ em números decimais?

a) 3, 333
b) 4,25
c) 5,01
d) 4,5

2 – Qual é a alternativa que representa a fração $\frac{35}{1000}$ em números decimais?

a) 0,35
b) 3,5
c) 0, 035
d) 35

3 – Qual é a alternativa que representa o número 0,65 em fração decimal?

a) $\frac{65}{10}$

b) $\frac{65}{100}$

c) $\frac{65}{1000}$

d) $\frac{65}{10000}$

4 – Observe as frações e suas respectivas representações decimais:

I - $^{3}/_{1000}$ = 0, 003

II - $^{2367}/_{100}$ = 23,67

III - $^{129}/_{10000}$ = 0, 0129

IV - $^{267}/_{10}$ = 2,67

Utilizando as igualdades acima, escolha a alternativa correta:

a) I e II
b) I e IV
c) I, II e III
d) I, II, III e IV

5 – Qual é a alternativa que representa a soma dos números decimais 0,65 e 0,015?

a) 0,70
b) 0,775
c) 0,665
d) 1,00

6 – Qual é a alternativa que representa a soma de 4,013 e 10,182?

a) 14, 313
b) 13, 920
c) 14, 213
d) 14, 195

7 – Qual é a alternativa que é igual a diferença entre 242,12 e 724,96?

a) 48, 284
b) 586,28
c) 241,59
d) -482,84

8 – Calcule as expressões numéricas e, se possível, simplifique as frações, tornando-as irredutíveis:

a) $-\frac{1}{3}+\left(-\frac{5}{3}\right)=$

b) $\frac{5}{2}-\left(-\frac{7}{9}\right)-\frac{1}{3}=$

c) $13+\frac{3}{4}+\left(-\frac{5}{3}\right)+\frac{1}{6}=$

d) $-\frac{3}{2}-\left(-\frac{2}{5}\right)+10=$

e) $-1-\frac{3}{5}=$

f) $-\frac{3}{10}-\left(-\frac{4}{3}\right)+\frac{7}{5}=$

9 – Calcule as expressões a seguir da maneira que melhor lhe convier:

a) 4 – (-1,6) =

b) 0,8 + (-1,3) – (2,9) =

c) $5-8{,}1+\left(-\frac{5}{4}\right)-\left(-\frac{9}{2}\right)=$

d) 0,6 + 0,7 – (2,38) =

e) $\frac{3}{4}+\left(-\frac{7}{2}\right)+(1{,}5)=$

10 - Calcule as operações e apresente a resposta na forma simplificada:

a) $\left(-\frac{3}{4}\right)\bullet\left(\frac{8}{15}\right)=$

b) $\left(-\frac{25}{16}\right)\bullet\left(\frac{28}{45}\right)\bullet\left(-\frac{9}{14}\right)=$

c) $\left(-\frac{3}{4}\right)\div\left(-\frac{21}{2}\right)=$

d) $\left(\frac{12}{56}\right)\div\left(\frac{15}{4}\right)=$

e) $\left(\frac{7}{9}\right)\div\left(-\frac{28}{36}\right)=$

11 – Calcule as potências:

a) $3^3=$

b) $(0{,}15)^{-1}=$

c) $\left(-\frac{5}{7}\right)^{-2}=$

d) $\left(\frac{11}{12}\right)^{-2}=$

e) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}=$

f) $(-0{,}25)^2=$

12- Resolva os problemas:

a) Um texto foi digitado com um tipo de letra no tamanho de 10 pt, o que resultou em um total de 100 páginas. Sabe-se que, com o mesmo tipo de letra no tamanho 12 pt, seriam obtidas 144 páginas. Com base nessa informação, se 25% do texto foram digitados em tamanho 12 pt e o restante no tamanho 10 pt, determine o total de páginas digitadas.

b) Um concurso é composto por provas de Matemática, Ciências, Língua Portuguesa e Informática, cada qual com 10 questões. Se você tiver acertado 7 de Matemática, 5 de Português, 6 de Informática e 6 de Ciências, qual é a porcentagem de acertos obtidos?

c) Um advogado é contratado por uma senhora que possui uma causa avaliada em R$ 150 000,00. Esse advogado consegue receber 36% da causa. A parte cobrada por ele é 12% do valor recebido. Determine, em reais, a quantia que a senhora receberá sem a parte do advogado?

13 – Como você sabe, os icebergs são enormes blocos de gelo que se desprendem das geleiras polares e flutuam pelos oceanos. Suponha que a parte submersa de um iceberg corresponda a $\frac{8}{9}$ do seu volume total e que o volume da parte não submersa é de 135 000 m^3.

a) Calcule o volume total do iceberg.

b) Calcule o volume de gelo puro do iceberg supondo que 2% de seu volume total é constituído de “impurezas”, como matéria orgânica, ar e minerais.

14 – No ano de 2003, no Brasil, foram emplacados aproximadamente 1 320 000 veículos nacionais e 15 000 veículos importados, sendo que 43% dos importados eram japoneses. Do total de veículos emplacados no Brasil, em 2003, a alternativa mais próxima da porcentagem de carros japoneses é:

a) 1%
b) 0,5%
c) 2%
d) 1,5%
e) 0,9%

15 – Resolva as expressões numéricas abaixo:

a) 80 + { 5 + [(8 + 12) + (13 + 12)] + 10 } =

b) 58 + [48 – (31 – 10) + 15] =

c) 38 – { (51 – 15) + [5 + (3 – 1)] – 10 } =

d) [9 + (585 – 15 x 6)] ÷ 56 =

e) [30 – (17 – 8) x 3 + 25] ÷ 7 =

16 – Comprei 5 livros a R$11,00 cada um. Paguei com 3 notas de R$20,00. Qual a expressão numérica que representa essa compra?

17 - Na padaria de André são produzidos diversos pães diariamente. Hoje foram produzidos 3 cestos, com 47 pães cada, mas 25 pães estão queimados e foram retirados dos cestos. Qual expressão numérica representa o número de pães produzidos hoje na padaria do André?

GABARITO ATIVIDADE 1

1-

$$8\% \text{ de } 75 = \frac{8}{100}.75 = \frac{600}{100} = 6$$

Portanto o jogador fez 6 gols de falta.

2-

Montamos uma equação, onde somando os R$250,00 iniciais com a porcentagem que aumentou em relação a esses R$250,00, resulte nos R$300,00.

$$250 + 250.\frac{x}{100} = 300$$
$$2{,}5.x = 300 - 250$$
$$x = \frac{50}{2{,}5}$$
$$x = 20$$

Portanto, a taxa percentual de lucro foi de 20%.

GABARITO ATIVIDADE 2

1) D
2) C
3) B
4) D
5) C
6) D
7) D
8) a) -2 b) $\frac{53}{18}$ c) $\frac{147}{12}$ d) $\frac{89}{10}$ e) $-\frac{8}{3}$ f) $\frac{73}{30}$

9) a) 5,6 b) – 3,4 c) 0,15 d) – 1,08 e) – 1,25

10) a) $-\frac{2}{5}$ b) $\frac{5}{8}$ c) $\frac{1}{14}$ d) $\frac{2}{35}$ e) – 1

11) a) 27 b) $\frac{20}{3}$ c) $\frac{49}{25}$ d) $\frac{144}{121}$ e) $-\frac{27}{8}$ f) 0,0625

12) a) 111 páginas b) 60% c) R$ 47 520,00

13) a) 1 215 000 m^3 b) 1 190 700 m^3

14) B

15) a) 140 b) 100 c) 5 d) 9 e) 4

16) 20 x 3 – 5 x 11

17) (47 x 3) - 25

REFERÊNCIAS

SOUZA, Joamir. **Coleção Novo Olhar - Matemática** . V. 1. São Paulo: FTD, 2011.

RIBEIRO, Jackson - **Ciência linguagem e tecnologia - Matemática**. V. 1. São Paulo: Scipione, 2012.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações**. Vol. Único. São Paulo: Ática, 2009.

YOUSSEF, Antônio N., Soares, Elizabeth, Fernandez, Vicente Paz. **Matemática** –V. Único. São Paulo: Scipione, 2011.

PAIVA, Manoel. **Matemática** –Vol. Único. São Paulo: Moderna., 2005.

ARAÚJO, L. M.. **Fundamentos de Matemática**. Porto Alegre: Sagah, 2018.

SILVA, L. M.. **Matemática Aplicada à administração, economia e contabilidade:** funções de uma e mais variáveis. São Paulo: Cengage Learning, 2014.

SILVA, S. M.. **Matemática básica para cursos superiores**. São Paulo: Atlas, 2018.

UNIDADE 2

CONJUNTOS

Objetivos:

- Perceber situações em que se aplica a noção de conjunto;
- Descrever conjuntos;
- Efetuar operações com conjuntos;
- Resolver problemas aplicando os conceitos associados a conjuntos;
- Identificar uma função utilizando o produto cartesiano;
- Analisar e construir o gráfico de uma função com os pares ordenados;
- Apresentar resultados com precisão e argumentar suas hipóteses.

ASSUNTOS

2.1 NOÇÕES INTUITIVA DE CONJUNTO E ELEMENTO

Conjuntos

A noção de conjunto, em Matemática, é praticamente a mesma utilizada na linguagem do dia-a-dia:

- agrupamento

- classe

- colecção...

Por exemplo:

- Conjunto das letras do alfabeto;
- Conjunto dos dias da semana;
- Conjunto dos números inteiros; e,
- Conjunto dos números pares.

Elemento

Cada membro ou objecto que entra na formação do conjunto.

Assim:

- v, i, c - são **elementos** do primeiro conjunto;
- Sábado, domingo - são **elementos** do segundo conjunto;
- 7 e 23 – são **elementos** do terceiro conjunto;e,
- 6 e 22 - são **elementos** do quarto conjunto.

2.2 REPRESENTAÇÃO DE CONJUNTOS

REPRESENTAÇÃO EM EXTENSÃO – escrever dentro de chaves todos os elementos do conjunto separando-os por vírgulas. → A={0,1,2,3,4,5}

REPRESENTAÇÃO EM COMPREENSÃO – escrever dentro de chaves uma propriedade que caracterize todos os elementos do conjunto.

↓

A={números inteiros menores que 6}

O conjunto dos números inteiros representa-se por $\mathbb{Z}$ → $\mathbb{Z}$ = {números inteiros} = {-3,-2,-1,0,1,2,...}

O conjunto dos números naturais representa-se por $\mathbb{N}$ → $\mathbb{N}$ = {números naturais} = {1,2,3,4,5,…}

Nos dois conjuntos anteriores não é possível enumerar todos os seus elementos – designam-se por conjuntos infinitos.

Nos conjuntos A={3,4,5,6} e B={44,46,47} é possível enumerar todos os seus elementos – designam-se por conjuntos finitos.

2.3 RELAÇÃO DE PERTINÊNCIA

3 é elemento de A

3 faz parte de A

3 pertence a A

$$3 \in A$$

9 não é elemento de A

9 não faz parte de A

9 não pertence a A

$$9 \notin A$$

$\in$ **PERTENCE A**

$\notin$ **NÃO PERTENCE A**

Considera o conjunto:
A={3,4,5,6,7,8}

Conjuntos Numéricos

- **CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS –** $\mathbb{N} = \{\mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{4}, \ldots\}$

  Tem como elementos números inteiros e positivos.

- **CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS –** $\mathbb{Z} = \{\ldots, -\mathbf{3}, -\mathbf{2}, -\mathbf{1}, \mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \ldots\}$

  Tem como elementos números inteiros positivos e negativos.

- **CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS -** $\mathbb{Q} = \{\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}} \ , \boldsymbol{onde\ a\ e\ b} \in \mathbb{Z} / \boldsymbol{b} \neq \mathbf{0}\}$

  Tem como elementos números inteiros positivos e negativos, decimal finito e dizimas periódicas.

- **CONJUNTO DOS NÚMEROS IRRACIONAIS -** $\mathbb{I}$Tem como elementos decimais infinitos sem período.

- **CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS -** $\mathbb{R}$

  Tem como elementos os números que compõem o conjunto Racional e Irracional simultaneamente. $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$

Relação de Conjuntos

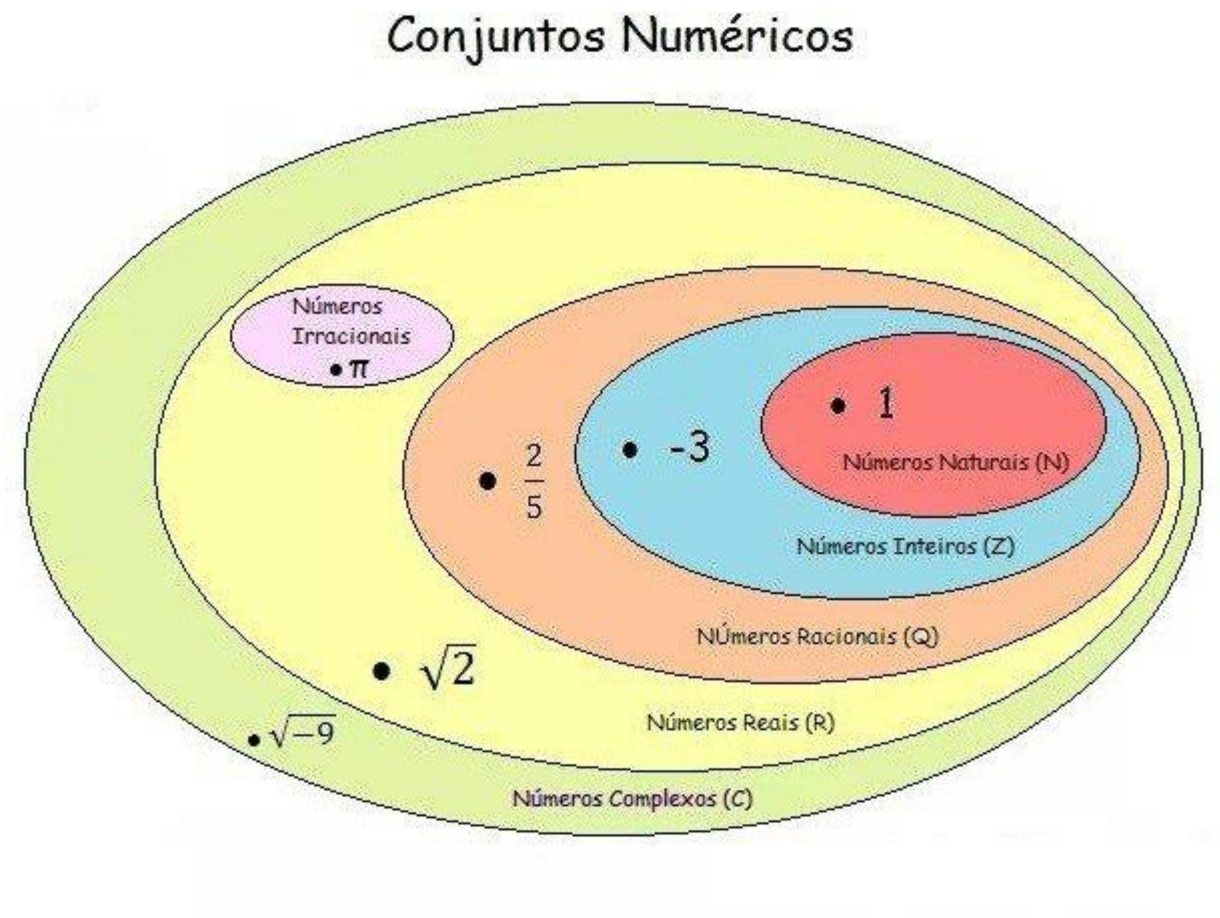
Os elementos do Conjunto $\mathbb{N}$ pertence aos demais conjuntos exceto o conjunto irracional .

O conjunto $\mathbb{Z}$ pertence aos conjuntos $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$

O conjunto $\mathbb{Q}$ engloba os elementos do conjunto $\mathbb{N}$ e $\mathbb{Z}$ simultaneamente

Os elementos do conjunto $\mathbb{I}$ não se associam com os demais conjuntos

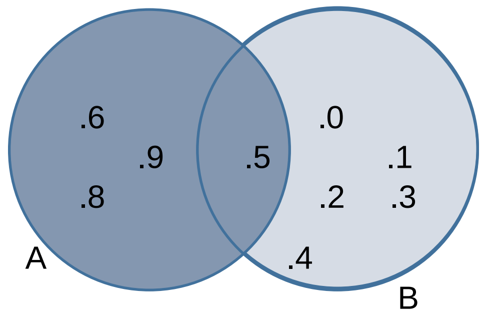
O conjunto $\mathbb{R}$ é resultado da união entre os demais conjuntos, ou seja, conjuntos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{I}$



2.4 OPERAÇÕES COM CONJUNTOS

União

Conjunto união são todos os elementos dos conjuntos relacionados. Dado o conjunto A={5,6,8,9} e o Conjunto B={0,1,2,3,4,5}, o conjunto $A \cup B = \{0,1,2,3,4,5,6,8,9\}$



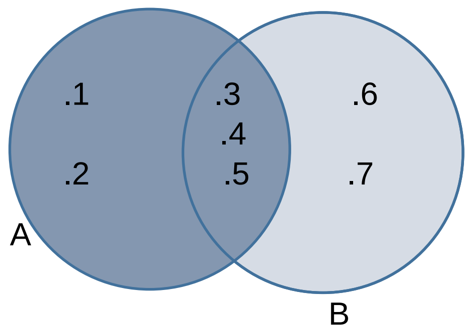
Interseção

Os elementos que fazem parte do conjunto intersecção são os elementos comuns aos conjuntos relacionados.

Exemplo:

Dados os conjuntos A = {1,2,3,4,5} e B = {3,4,5,6,7}

$A \cap B = \{3,4,5\}$



No diagrama acima percebemos que os elementos da interseção são os números 3, 4 e 5; ou seja, elementos que pertencem aos dois conjuntos simultaneamente.

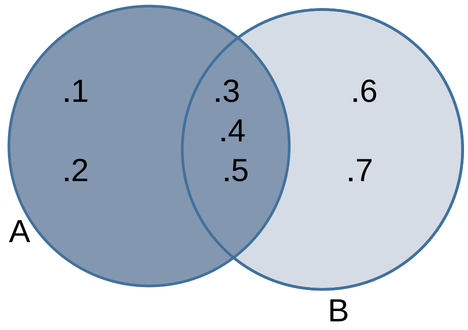
Diferença

Dados dois conjuntos A e B chama-se <u>conjunto diferença</u> ou <u>diferença</u> entre A e B o conjunto formado pelos elementos de A que não pertencem a B.
O conjunto diferença é representado por A – B.

Exemplo:

Dados os conjuntos A={1,2,3,4,5} e B = {3,4,5,6,7}, faça A-B:

A – B = {1,2}



Os números 1 e 2 pertencem exclusivamente ao conjunto A

2.5 PRODUTO CARTESIANO

O **produto cartesiano** de dois conjuntos **A** e **B** são todos os **pares ordenados (x, y)**, sendo que **x** pertence ao conjunto **A** e **y** pertence ao conjunto **B**.

Vamos tomar como exemplo os seguintes conjuntos **A** e **B**:

A = {1,2,3}

B = {2,4,6}

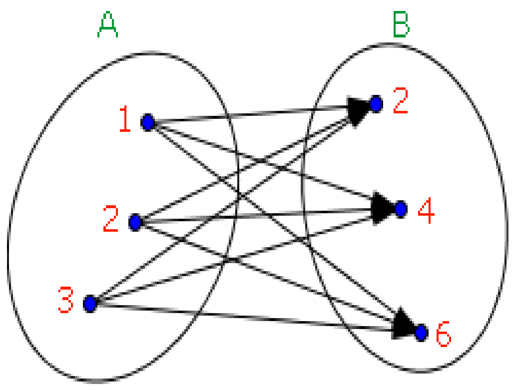
O **produto cartesiano de A por B**, representado por A x B é igual a:

A X B = {(1,2),(1,4),(1,6),(2,2),(2,4),(2,6),(3,2),(3,4),(3,6)}

Note que segundo a definição de produto cartesiano, todos os elementos de A X B são pares ordenados em que o primeiro elemento pertence ao conjunto **A** e o segundo ao conjunto **B**.

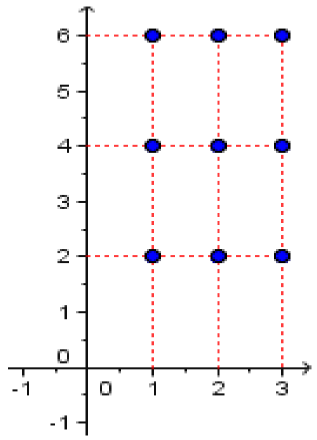
Representação em um Diagrama de Flechas

Também podemos representar **A X B** através de um **diagrama de flechas**. Repare que de cada elemento de **A** parte uma seta para cada elemento de **B**. No total são **9** flechas, uma para cada **par ordenado** resultante do produto cartesiano de **A** por **B**.



Representação no Plano Cartesiano

Uma outra forma de representação é através do sistema de coordenadas cartesianas. Veja que graficamente localizamos no **plano cartesiano** todos os nove elementos de A X B. Os elementos de **A** e **B** estão representados respectivamente nos eixos **x** e **y**. Finalmente também podemos representar A X B por: A X B ={ (x,y)/ x ∈ A e y ∈ B}; **A** cartesiano **B** é o conjunto dos pares ordenados **(x, y)**, tal que **x** pertence a **A** e **y** pertence a **B**.



2.6 INTERVALOS REAIS

Intervalos

↳ são subconjuntos do conjunto ℝ. Podem ser representados através da notação de conjunto, de colchetes ou na reta Real. Analise atentamente os exemplos a seguir e perceba a simbologia utilizada:

Intervalo Aberto

$\{ x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 10 \}$ = $]2,10[$ =

↳ Notação de Conjunto ↳ Notação de Colchetes ↳ Representação na Reta Real

Atenção: Observe que no intervalo aberto acima, foram representados todos os números reais ENTRE os números 2 e 10, e consequentemente, os números 2 e 10 (que são os limitantes do intervalo) foram ***EXCLUÍDOS*** do conjunto representado.

Intervalo Fechado

$\{ x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 10 \}$ = $[2, 10]$ =

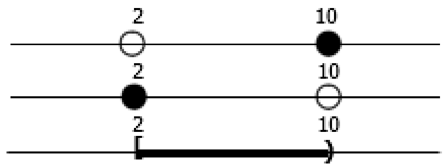
Atenção: Observe que no intervalo fechado acima, foram representados todos os números reais DO número 2 ATÉ o 10, e consequentemente, os números 2 e 10 (que são os limitantes do intervalo) foram INCLUÍDOS do conjunto representado.

Intervalo Semi-aberto ou Semi-fechado

$\{ x \in \mathbb{R} \mid 2 < x \leq 10 \}$ = $]2,10]$ =

$\{ x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x < 10 \}$ = $[2,10[$ =

↳ $\{ x \mid 2 \leq x < 10 \}$ ↳ $[2,10)$ =



Intervalos Infinitos (incomensuráveis)

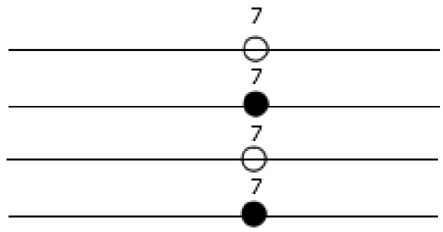
$\{ x \in \mathbb{R} \mid x > 7 \}$ = $]7,+\infty[$ =

$\{ x \in \mathbb{R} \mid x \geq 7 \}$ = $[7,+\infty[$ =

$\{ x \in \mathbb{R} \mid x < 7 \}$ = $]-\infty,7[$ =

$\{ x \in \mathbb{R} \mid x \leq 7 \}$ = $]-\infty,7]$ =

↳ $\{ x \in \mathbb{R} \mid -\infty < x \leq 7 \}$ → Não recomendável!



ATIVIDADES RESOLVIDAS E COMENTADAS

1. Uma pesquisa realizada pelo Colégio Muriaé detectou que 500 alunos gostam de matemática, 700 de português, 300 das duas disciplinas e 1 000 alunos afirmam não gostam de nenhuma destas. Nestas condições, quantos foram os entrevistados?

a) 2500 alunos

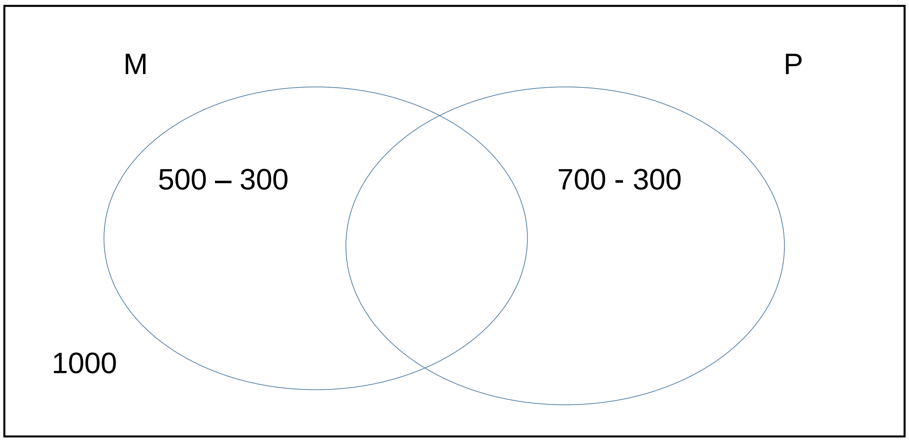
b) 2000 alunos

c) 1900 alunos

d) 900 alunos

Solução:

É necessário lembrar que todas as vezes que alguém gosta de duas ou mais coisas ao mesmo tempo, usaremos a noção de diagrama para a sua resolução.



200 + 300 + 500 + 1000 = 1900

2 . São considerados conjuntos um agrupamento de objetos de qualquer natureza, sempre distintos e determinados, chamados de elementos do conjunto.

Se M = { 1, 2, 3, 4, 6} e N são conjuntos tais que M ∪ N = {1, 2, 3, 4, 6} e M ∩ N = {1, 2, 6}, então o conjunto N é:

a) Vazio

b) {4, 6}

c) {1, 2, 6}

d) {1, 2, 3, 4, 6}

Solução:

Observe que o símbolo ∪ (união) indica que todos os elementos são importantes e utilizados na formação deste conjunto e o símbolo ∩ (intersecção) utiliza-se apenas dos elementos comuns aos dois conjuntos, ou seja, PRECISA PERTENCER ao conjunto M e N ao MESMO TEMPO. De posse desta informação iremos observar o conjunto M ∩ N = {1, 2,6} que nos mostra os elementos que se repetem (comuns) nestes conjuntos. Então podemos ter certeza que os números 1, 2 e 6 já pertencem obrigatoriamente ao conjunto N. Observando ainda o conjunto M ∪ N = {1, 2, 3, 4, 6} e o conjunto M = { 1, 2, 3, 4, 6} percebemos que, ao tirarmos os elementos comuns {1, 2, 6} do conjunto união sobram apenas os elementos 3 e 4 que já *fazem parte do conjunto M logo podemos concluir que os únicos elementos que podem pertencer ao conjunto N, com certeza são os que fazem parte (neste caso e não como regra) dos elementos da intersecção por isto a resposta certa é a letra c.*

3. Sabendo que os símbolos ∪ e ∩ significam união e interseção, e respectivamente dados os conjuntos A = {a,b,c,d}, B = {c,d,e,f} e C = {e,f,g,h}, analise os itens abaixo e assinale o correto:

a) (A∩B) U C = {a,b,c,d,e}

b) (A U C) ∩ B = {b,d)}

c) (B ∩ C) U A = {a,b,c,d,e,f}

d) A U (B U C) = { }

Comentário: Neste tipo de questão teremos que resolver todas as letras para perceber qual destas é a correta. Lembre-se, primeiro resolve-se a operação dos parênteses e só depois a outra operação. Dessa forma vamos concluir que a afirmativa correta é a letra c.

1ª ATIVIDADE DE FIXAÇÃO

1. Dados os conjuntos M = {1,3,5} e N = {2,4}, determinar o produto cartesiano M X N e N X M nas representações tabular e gráfica.

2- São considerados conjuntos um agrupamento de objetos de qualquer natureza, sempre distintos e determinados, chamados de elementos do conjunto.

Se M = { 1, 2, 3, 4, 6} e N são conjuntos tais que M ∪ N = {1, 2, 3, 4, 6} e M ∩ N = {1, 2, 6}, então o conjunto N é:

a) Vazio

b) {4, 6}

c) {1, 2, 6}

d) {1, 2, 3, 4, 6}

3- Sabendo que os símbolos U e significam união e interseção, e respectivamente dados os conjuntos A = {a,b,c,d}, B = {c,d,e,f} e C = {e,f,g,h}, analise os itens abaixo e assinale o correto:

a) (A∩B) U C = {a,b,c,d,e}

b) (A U C) ∩ B = {b,d)}

c) (B ∩ C) U A = {a,b,c,d,e,f}

d) A U (B U C) = { }

4. Considerando os conjuntos A ={x ∈ Z/−2 ≤ x≤ 1} e B = {3,4}, determine A X B nas representações tabular e gráfica.

5. Um conjunto A possui 1024 subconjuntos, então o cardinal de A é igual a:

a) 5 b) 6 c) 7 d) 9 e)10

6. Considere A ={0,2,4,6,...} e B ={1,3,5,7,...}. Ao realizar - $A \cup B$, teremos:

a) { }

b) $|0|$

c) {1,2,3,4,5,6,....}

d) N

7 . Em uma campanha de vacinação infantil contra sarampo e rubéola, certo posto de saúde vacinou 1384 crianças. Sabendo que foram aplicadas 635 vacinas contra sarampo e 236 contra ambas as doenças, responda:

a) Quantas crianças foram vacinadas apenas contra sarampo?

b) Quantas crianças foram vacinadas apenas contra rubéola?

c) Quantas vacinas contra rubéola foram aplicadas?

8. Classifique em verdadeira ou falsa:

a) -2 ∈ N

b) 0 ∈ N

c) 100 ∈ Z

d) -3 ∈ R

e) -2,25 ∈ Q

9. Represente em cada reta real os intervalos correspondentes:

a) $]-\infty,-1]$
b) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 2\}$
c) $]0,3[$
d) $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 2\}$
e) $[5,4[$

10. Sendo A =] –3 , 4 [e B = [–1 , 6 [, calcule $A \cup B$, $A \cap B$ e $A - B$, dando a resposta em notação de conjunto.

11. Dados A =] – 4 , 3] , B = [–3 , 3 [e C = [–7 , 0] , calcule o conjunto: $(A \cup B) \cap (B \cup C)$.

12. Considerando $A =]-\infty, 3]$, $B = [-2, 0]$ e $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$, determine: $(A \cup B) \cap (B \cap C)$.

1ª ATIVIDADE DE FIXAÇÃO - GABARITO

1) M X N = {(1,2),(1,4),(3,2),(3,4),(5,2),(5,4)}
   N X M = {(2,1),(2,3),(2,5),(4,1),(4,2),(4,5)}

2) C

3) C

4) A X B = {(-2,3),(-2,4),(-1,4),(-1,4),(0,3),(0,4), (1,3), (1,4)}
5) 10
6) D

7) a) 399 b) 749 c) 985

8) a) F b) V c) V d) V e) V

9) Resolução gráfica

10) $A \cup B = \{ x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 6 \}, A \cap B = \{ x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 4 \}, A - B = \{ x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < -1 \}$

11) $\{ x \in \mathbb{R} \mid -4 < x < 3 \}$

12) { 0 }

REFERÊNCIA

SOUZA, Joamir. **Coleção Novo Olhar - Matemática** . V. 1. São Paulo: FTD, 2011.

RIBEIRO, Jackson - **Ciência linguagem e tecnologia - Matemática**. V. 1. São Paulo: Scipione, 2012.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: contexto e aplicações. Vol. Único. São Paulo: Ática, 2009.

YOUSSEF, Antônio N., SOARES, Elizabet; FERNANDEZ, Vicente Paz. **Matemática**. Vol. Único. São Paulo: Scipione, 2011.

PAIVA, Manoel. **Matemática** –Vol. Único. São Paulo: Moderna, 2005.

ARAÚJO, L. M. **Fundamentos de Matemática**. Porto Alegre: Sagah, 2018.

SILVA, L. M.. **Matemática Aplicada à administração, economia e contabilidade:** funções de uma e mais variáveis. São Paulo: Cengage Learning, 2014.

SILVA, S. M.. **Matemática básica para cursos superiores**. São Paulo: Atlas, 2018.

FUNÇÕES UNIDADE 3

Objetivos:

- Reforçar os conteúdos básicos estudados no Ensino Fundamental e Ensino Médio;
- Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender o mundo à sua volta;
- Resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio;
- Sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções;
- Comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar suas hipóteses; e,
- Promover a interdisciplinaridade entre disciplinas.

ASSUNTOS

3.1 FUNÇÃO AFIM OU DE 1º GRAU

Uma função $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, chama-se ***função afim*** quando existem números reais **a** e **b,** com **a** $\neq$ **0** tal que ***f(x) = ax + b ou y = ax + b***, para todo x $\in$ IR.

Exemplos:

- $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, tal que f(x) = -11x + $\sqrt{2}$, em que a = -11 e b = $\sqrt{2}$
- $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, tal que f(x) = $\frac{1}{2}+\frac{3x}{5}$, em que a = $\frac{3}{5}$ e b = $\frac{1}{2}$
- $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$,tal que f(x) = 2x + 1, em que a = 2 e b = 1
- $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, tal que f(x) = - 5x – 1, em que a = -5 e b = -1
- $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, tal que f(x) = x, em que a = 1 e b = 0
- $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, tal que f (x) = - 5, em que a = 0 e b = - 5

Casos particulares da função afim

Uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,chama-se ***função constante*** quando existe um número real b tal que f(x) = b, para todo $x \in \mathbb{R}$,.

Exemplos:

- $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, tal que f(x) = - 13
- $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, tal que f(x) = $\sqrt{7}$

A função afim pode ser:

- **Constante (se a = 0)**
- **Polinomial do 1º grau (se a $\neq$ 0)**

Observação:

- Uma função polinomial do 1º grau que tem o coeficiente b = 0 recebe o nome de ***função linear***. Por exemplo: f(x) = 3x e g(x) = - 6x.
- A função polinomial do 1º grau tal $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,que f(x) = x é chamada de ***função identidade***. Nesse caso, a = 1 e b = 0.

Domínio, contradomínio e imagem.

- Toda função a do 1º grau também terá domínio, imagem e contradomínio.

Na função do 1º grau f(x) = 2x – 3 que pode ser representada por ***y = 2x – 3*** para acharmos o seu domínio e contradomínio, devemos estipular valores para x. Vamos supor que os valores de x serão: - 2 ; -1 ; 0 ; 1. Para cada valor de x teremos um valor em y, veja:

x = -2	**x = - 1**	**x = 0**	**x = 1**
y = 2 . (-2) – 3	y = 2 . (-1) – 3	y = 2 . 0 - 3	y = 2.1 - 3
y = - 4 – 3	y = -2 – 3	y = -3	y = 2 - 3
y = - 7	y = -5		y = -1

- **Os valores de x são o domínio e a imagem e o contradomínio são os valores de y.**
- Então, podemos dizer que ***Df(x)*** **=ℝ*,*** ***CDf(x)*** **= ℝ *e Imf(x)* =ℝ*.***

ATIVIDADE COMENTADA

A água potável utilizada em propriedades rurais, de modo geral, é retirada de poços com o auxílio de uma bomba d'água com capacidade para bombear 15 litros por minuto. Essa bomba é ligada automaticamente quando o reservatório está com 250 litros de água e desligada ao enchê-lo. Antônio possui em seu sítio um sistema de bombeamento como o descrito acima. Considerando que a potência da bomba d'água utilizada é de 450 watts, então ela consome 0,45 kwh de energia elétrica.

a) Escreva uma função linear que represente o consumo dessa bomba d'água em quilowatt-hora, durante o tempo em que ela está em funcionamento.

b) Calcule o consumo dessa bomba d'água se ela permanecer em funcionamento durante 2h, 6h e 8h.

- Resolução:

  a) Chamando de C o consumo da bomba, em quilowatt-hora, e de t o tempo, em horas, a função que representa o consumo a partir do tempo de funcionamento é dada por:

  $C(t) = 0{,}45\, t$

  b) Calculando C(2); C(6) e C(8), temos:

  b.1) $C(2) = 0{,}45 \cdot 2 = 0{,}90$ kwh

  b.2) $C(6) = 0{,}45 \cdot 6 = 2{,}7$ kwh

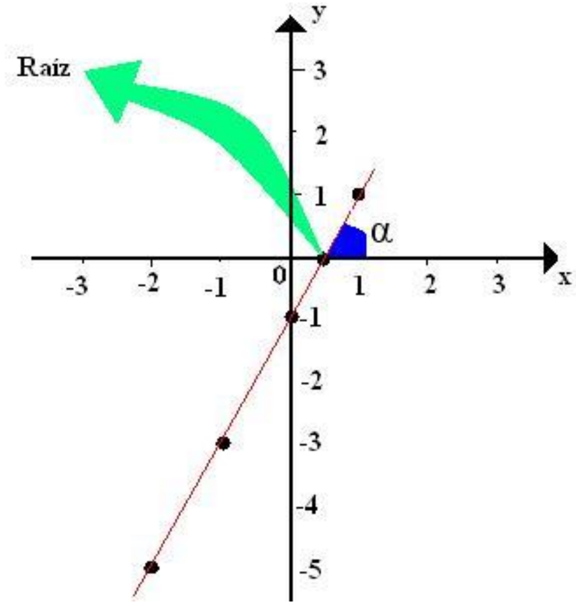
  b.3) $C(8) = 0{,}45 \cdot 8 = 3{,}6$ kwh

Gráfico da função afim

Toda função pode ser representada graficamente, e a função do 1º grau é formada por **uma reta**. Uma das maneiras de construir o gráfico de uma função afim é atribuindo valores à variável independente, obtendo pares ordenados e representando-os em um plano cartesiano.

Observe como podemos construir o gráfico da função afim $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,cuja lei de formação é ***f(x) = 2x – 1 ou y = 2x - 1***. Inicialmente, atribuímos valores para x e calculamos valores correspondentes para y, determinando pares ordenados (x, y). Em seguida, representamos esses pares ordenados em um plano cartesiano. ***Veja: no eixo vertical colocamos os valores de y e no eixo horizontal colocamos os valores de x***.

x	**y = 2x -1**	**(x, y)**
-2	y = 2. (-2) – 1 = -5	(-2, -5)
-1	y = 2. (-1) – 1 = -3	(-1, -3)
0	y = 2.0 – 1 = -1	(0,-1)
$\frac{1}{2}$	y = 2. $\frac{1}{2}$ - 1 = 0	($\frac{1}{2}$,0)
1	y = 2.1 – 1 = 1	(1,1)



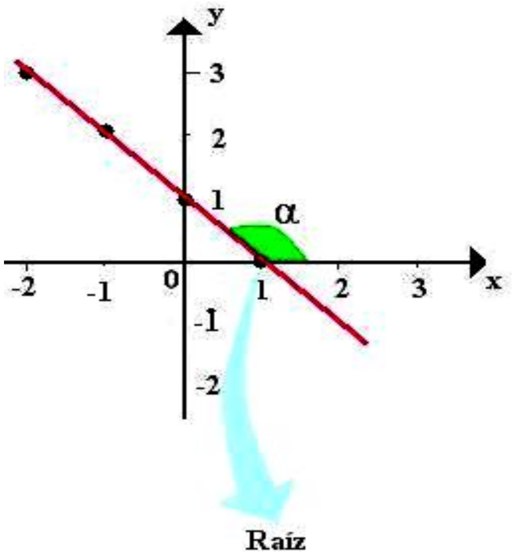
- Quando **a > 0** (isso significa que ***a será positivo)***

Podemos observar que **conforme o valor de x aumenta o valor de y também aumenta**, então dizemos que quando ***a > 0 a função é crescente***.

- **Quando a < 0** (isso indica que ***a será negativo***)

Por exemplo, dada à função ***f(x) = - x + 1 ou y = - x + 1***, onde a = -1 e b = 1. Inicialmente, atribuímos valores para x e calculamos valores correspondentes para y, determinando pares ordenados (x, y). Em seguida, representamos esses pares ordenados em um plano cartesiano.

x	y = - x + 1	(x, y)
-2	y = -(-2) + 1 = 3	(-2,3)
-1	y = -(-1) + 1 = 2	(-1,2)
0	y = - 0 + 1 = 1	(0,1)
1	y = -1 + 1 = 0	(1,0)



Podemos observar que **conforme o valor de x aumenta o valor de y diminui**, então dizemos que quando a < 0 a **função é decrescente.**

ATIVIDADE COMENTADA

O taxímetro é um aparelho de medição utilizado nos táxis para calcular quanto o passageiro vai pagar pela corrida. Em geral, o aparelho adiciona um valor fixo de denominado bandeirada a uma taxa por quilômetro rodado. Em certa cidade, dependendo do dia e do horário, existem dois tipos de cobrança:

Bandeira 1 (segunda a sábado, com exceção de feriados, das 6h às 20h):

R$ 3,20 pela bandeirada e R$ 1,50 por quilômetro rodado.

Bandeira 2 (demais horas e feriados):

R$ 4,50 pela bandeirada e R$ 2,00 por quilômetro rodado.

Esboce, em um mesmo plano cartesiano, os gráficos das funções afins, que representam os valores da corrida em função da quantidade x de quilômetros rodados nas bandeiradas 1 e 2 respectivamente.

- Resolução:

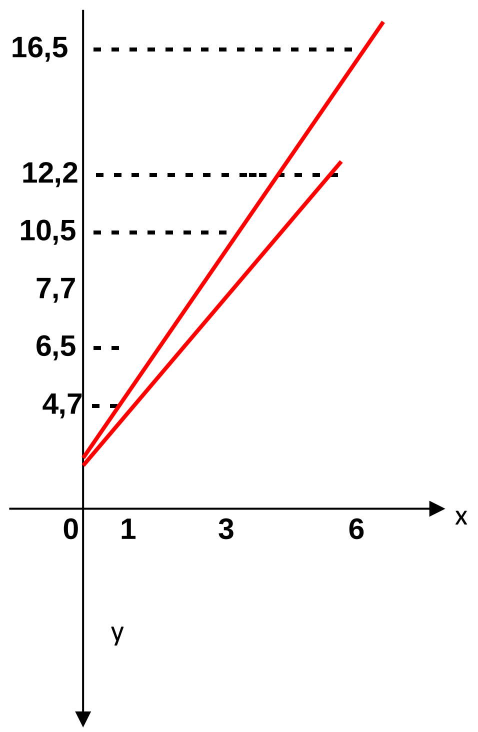
- bandeirada 1 $\longrightarrow$ f(x) = 3,20 + 1,5x

- bandeirada 2 $\longrightarrow$ g(x) = 4,50 + 2x

Para fazer os gráficos, vamos fazer as tabelas, obtendo os pares ordenados para marcação no plano cartesiano:

x	f(x) = 1,5x + 3,20	(x,y)
1	f(x) = 1,5. 1 + 3,20 = 4,7	(1;4,7)
3	f(x) = 1,5 . 3 + 3,20 = 7,7	(3;7,7)
6	f(x) = 1,5 . 6 + 3,20 = 12,2	(6;12,2)

x	g(x) =2x + 4,5	(x,y)
1	g(x) = 2.1 + 4,5 = 6,5	(1;6,5)
3	g(x) = 2.3 + 4,5 = 10,5	(3;10,5)
6	g(x) = 2.6 + 4,5 = 16,5	(6;16,5)



Raiz ou zero da função afim

Chama-se **zero ou raiz** da função polinomial do 1º grau f(x) = ax + b, a$\neq$0, **o número real *x* tal que f(*x*) = 0.**

Temos:

f(x) = 0 ⇨ ax + b = 0 ⇨ $\boxed{x = \frac{-b}{a}}$

Vejamos alguns exemplos:

- a) Obtenção do zero da função f(x) = 2x - 5:
  f(x) = 0   2x - 5 = 0

  $$2x = 5 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{5}{2}$$

- b) Cálculo da raiz da função g(x) = 3x + 6:
  g(x) = 0   3x + 6 = 0

  $$3x = -6$$
  $$x = -\frac{6}{3}$$
  $$x = -2$$

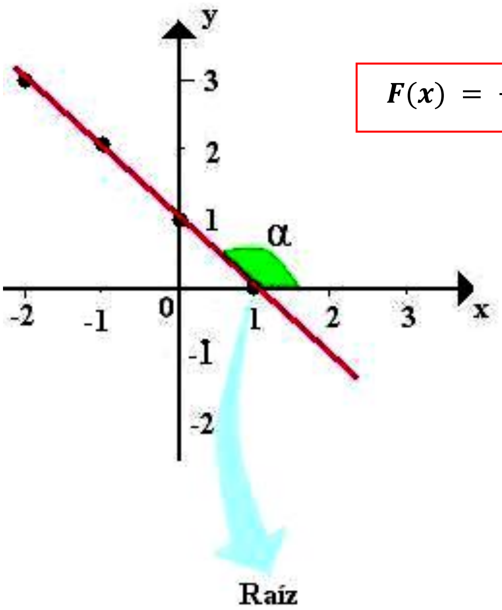
- c) Calcule a raiz da função f(x) = 2x + 4

  f(x) = 0   2x + 4 = 0

  $$2x = -4$$
  $$x = -\frac{4}{2}$$
  $$x = -2$$

Coeficientes de uma função afim

Os coeficientes ***a*** e ***b*** de uma função afim fornecem informações a respeito do comportamento de seu gráfico. Observe abaixo o gráfico de algumas funções:



$\boxed{F(x) = -x + 1}$ ⇨ Função Decrescente (a < 0)

No gráfico de cada uma dessas funções podemos notar que o valor da ordenada do ponto em que as retas interceptam o eixo y é igual ao coeficiente b da função. Por exemplo, na função f(x) = x – 4, temos b = -4, e o gráfico intercepta o eixo y no ponto de coordenadas (0, -4).

⇨ O gráfico de uma função intercepta o eixo y quando x = 0. No caso de uma função afim:

$F(x) = ax + b \Longrightarrow f(0) = a \cdot 0 + b \Longrightarrow f(0) = b$

Em uma função afim f(x) = ax + b, o coeficiente ***b*** é chamado ***coeficiente linear.***

Observando o gráfico de uma função afim, podemos notar também que cada uma dessas retas forma um ângulo de medida α com o eixo x. Esse ângulo está relacionado ao coeficiente **a** da função.

Em uma função afim f(x) = ax + b, o coeficiente ***a*** é chamado ***coeficiente angular*** ou ***declividade***. Esse coeficiente está associado à inclinação da reta que representa o gráfico da função.

Para você guardar:

Características de um gráfico de uma função do 1º grau.

- Com ***a > 0*** o gráfico será ***crescente.***
- Com ***a < 0*** o gráfico será ***decrescente.***
- O ângulo α formado com a reta e com o ***eixo x será agudo*** (menor que 90°) quando a > 0.
- O ângulo α formado com reta e com ***o eixo x será obtuso*** *(maior que 90º)* quando a < 0.
- Na construção de um gráfico de uma função do 1º grau basta indicar apenas dois valores pra x, pois o gráfico é uma reta e uma reta é formada por, no mínimo, 2 pontos.
- Apenas ***um ponto corta o eixo x***, e esse ponto ***é a raiz da função***.
- Apenas ***um ponto corta o eixo y***, esse ponto ***é o valor de b.***

Estudo dos sinais

Estudar o sinal de uma função qualquer y = f(x) é determinar os valor de x para os quais ***y é positivo***, y ***é zero*** ou ***y é negativo***.

Consideremos uma função afim ***y = f(x) = ax + b*** vamos estudar seu sinal.

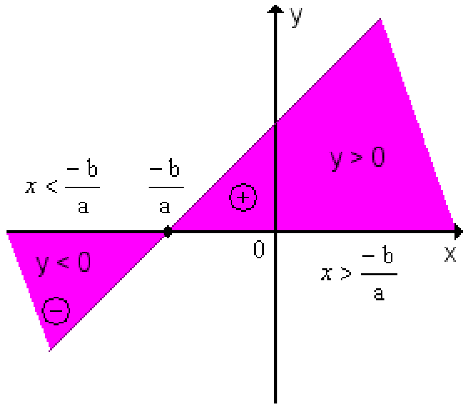
Já vimos que essa função se anula para um valor de ***x*** chamado ***raiz***. Há dois casos possíveis:

- 1º) ***a > 0 (a função é crescente)***

$y > 0 \qquad ax + b > 0 \qquad x > \frac{-b}{a}$

$y < 0 \qquad ax + b < 0 \qquad x < \frac{-b}{a}$

$y = 0 \qquad ax + b = 0 \qquad x = \frac{-b}{a}$



Conclusão:

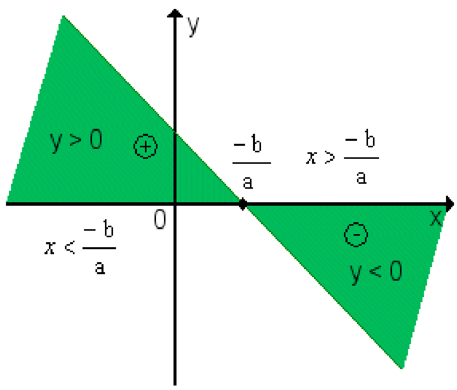
- ***y é positivo*** para valores de ***x maiores que a raiz***;
- ***y é negativo*** para valores de ***x menores que a raiz***.
- ***y é igual a zero*** para valores de ***x igual a raiz.***

- 2º) ***a < 0 (a função é decrescente)***

$y > 0,\ ax + b > 0\ ,\ x < \frac{-b}{a}$

$y < 0,\ ax + b < 0\ ,\ x > \frac{-b}{a}$

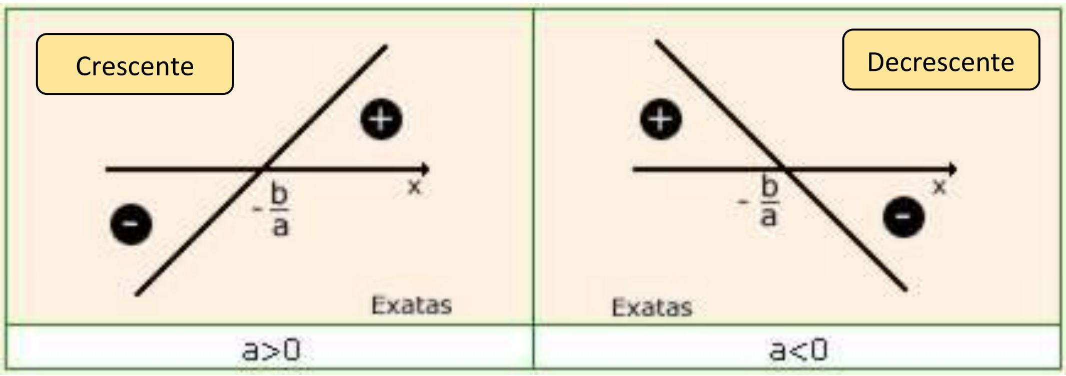
$y = 0,\ ax + b = 0\ ,\ x = 0$



Conclusão:

- ***y é positivo*** para valores de ***x menores que a raiz***;
- ***y é negativo*** para valores de ***x maiores que a raiz.***
- ***y é igual a zero*** para valores de ***x igual à raiz***.

Para você guardar:



1ª ATIVIDADE DE FIXAÇÃO

1) A velocidade do som é fortemente influenciada pela temperatura do meio de propagação. Por exemplo, no ar, quando a temperatura é de 20° C, a velocidade do som é de aproximadamente 342,2 m/s, e à temperatura de 40º C a velocidade do som é de aproximadamente 354 m/s.

A indicação m/s lê-se " metros por segundo"

a) Escreva a lei da função que representa a velocidade ***V*** do som em relação à temperatura ***t*** do ar, considerando que esta seja uma função afim.
b) Quais são os valores dos coeficientes da função que você escreveu no item a?
c) A maior temperatura já registrada na Terra ocorreu no dia 13 de setembro de 1992, na cidade de Al'Azizyah, no deserto do Saara, Líbia, onde foram registrados 58°C. Considerando a propagação do ar, qual a velocidade alcançada pelo som em Al'Azizyah nesse dia?

2) Represente graficamente a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

a) f(x) = 2x-1

b) f(x) = -1/2x+3

c) f(x) = 4x

d) f(x) = 1/3x+2

e) f(x) = -3x+6

4) determine a raiz ou zero de cada uma das seguintes equações:

a) f(x) = 2x+5

b) f(x) = -x+2

c) f(x) = 1/3x+3

d) f(x) = 1-5x

e) f(x) = 4x

3.2 FUNÇÃO 2º GRAU

A função do 2º grau, também denominada função quadrática, é definida pela expressão do tipo:

$y = f(x) = ax^2 + bx + c$, onde a, b e c são constantes reais e $a \neq 0$

Exemplos:

x	$y = f(x) = x^2$	
-2	4	
-1	1	
0	0	
1	1	
2	4	
3	9	

a) $y = f(x) = x^2 + 3x + 2$ ($a = 1; b = 3; c = 2$)

b) $y = f(x) = x^2$ ($a = 1; b = 0; c = 0$)

c) $y = f(x) = x^2 - 4$ ($a = 1; b = 0; c = -4$)

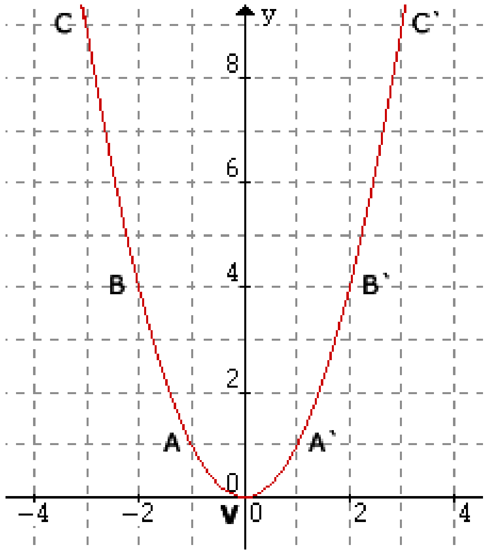
Gráfico de uma função do 2º grau:

O gráfico de uma função quadrática é uma parábola:

Representação gráfica

Exemplo: Construa o gráfico da função $y = x^2$:

Solução: Como na função do 1º grau, basta atribuir valores reais para x, obtemos seus valores correspondentes para y.



Notem que os pontos: A e A`, B e B`, C e C` são simétricos (estão a mesma distância do eixo de simetria). O ponto V representa o vértice da parábola, é a partir dele que determinamos todos os outros pontos.

Coordenadas do vértice

A coordenada x do vértice da parábola pode ser determinada por. $x = \frac{-b}{2a}$

Exemplo: Determine as coordenadas do vértice da parábola $y = x^2 - 4x + 3$

Temos: $a = 1, b = -4 \; e \; c = 3$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2.1} = \frac{4}{2} = 2$$

Logo, a coordenada x será igual a 2, mas e a coordenada y?

Simples: Vamos substituir o valor obtido da coordenada x e determinar o valor da coordenada y. Assim, para determinarmos a coordenada y da parábola

$y = x^2 - 4x + 3$, devemos substituir o valor de x por 2.

$$y = (2)^2 - 4.(2) + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$$

Logo, as coordenadas do vértice serão V= (2,-1)

Portanto, para determinarmos as coordenadas do vértice de uma parábola, achamos o valor da coordenada x (através de $x_v = -\frac{b}{2a}$) e substituindo este valor na função, achamos a coordenada y.

A coordenada y do vértice da parábola também pode ser determinada pela fórmula:
$$\boldsymbol{y_v = -\frac{\Delta}{4a}}$$

Assim o ***vértice de uma parábola*** pode ser obtido usando ***suas coordenadas***:

$$V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

Raízes (ou zeros) da função do 2º grau

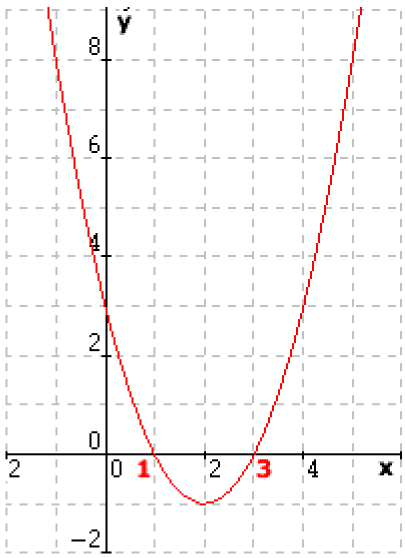
Denominam-se raízes da função do 2º grau os valores de x para os quais ela se anula.

y = f(x) = 0

Exemplo:

Na função $y = x^2 - 4x + 3$, que acima acabamos de determinar as coordenadas de seus vértices, as raízes da função serão $x_1 = 1 \; e \; x_2 = 3$.

Vejamos o gráfico:



Notem que quando $x_1 = 1 \; e \; x_2 = 3$, a parábola intercepta ("corta") o eixo x.

Como determinar a raiz ou zero da função do 2º grau?

Simplesmente aplicando a resolução de equações do 2º grau, já vista anteriormente.

Exemplo: determine a raiz da função $y = x^2 + 5x + 6$:

Fazendo **y=f(x)=0, temos $\boldsymbol{x^2 + 5x + 6 = 0}$**

Agora basta resolver a equação aplicando a fórmula de Bháskara.

$x^2 + 5x + 6 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Acharemos que $x_1 = -2 \; e \; x_2 = -3$.

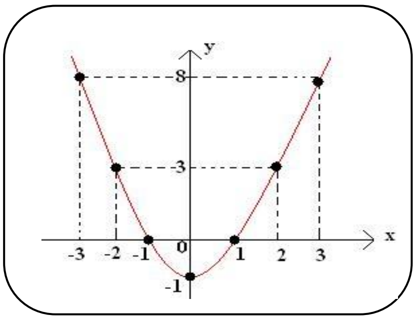
Concavidade da parábola

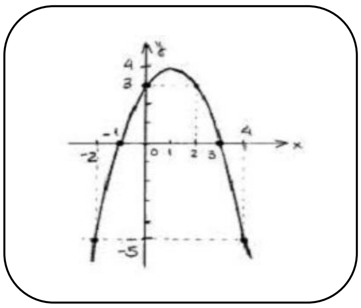
Explicarei esta parte com um simples desenho.

	
a>0	**a<0**

Os desenhos até que ficaram bonitinhos, mas isso não importa neste momento. O que nos importa agora é que quando a>0, a concavidade da parábola está voltada para cima (carinha feliz) e quando a<0, a parábola está voltada para baixo (carinha triste).

Exemplos:





Nota: quando a concavidade está voltada para cima (a>0), o vértice representa o valor mínimo da função. Quando a concavidade está voltada para baixo (a<0), o vértice representa o valor máximo.

Quando o discriminante é igual a zero

Quando o valor de $\Delta = b^2 - 4ac = 0$, **o vértice a parábola encontra-se no eixo x**. A coordenada y será igual a zero.

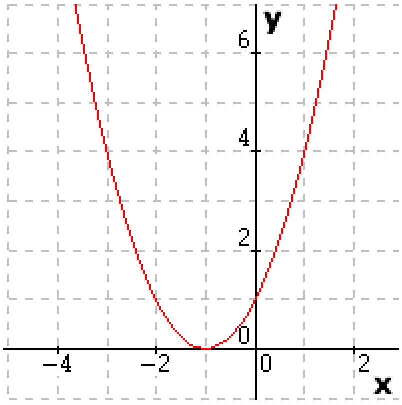
Exemplo: $y = f(x) = x^2 + 2x + 1$

$x^2 + 2x + 1 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4.1.1 = 4 - 4 = 0$$

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} = -1$$

As coordenadas do vértice serão V= (-1,0). Gráfico:



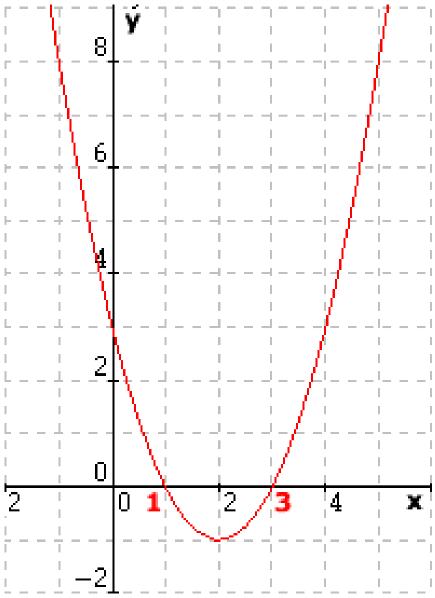
Quando o discriminante é maior que zero

Quando o valor de $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, **a parábola intercepta o eixo x em dois pontos**. (São as raízes ou zeros da função vistos anteriormente).

Exemplo: $y = f(x) = x^2 - 4x + 3$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$
$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4.1.3 = 16 - 12 = 4 > 0$$
$$x_1 = 1 \; e \; x_2 = 3$$

Gráfico:



Quando o discriminante é menor que zero

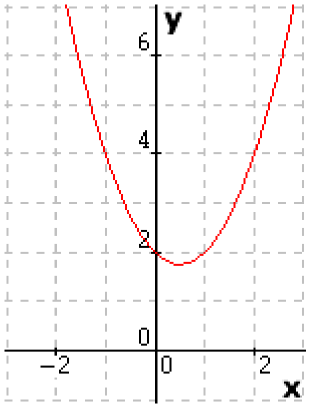
Quando o valor de $\Delta = b^2 - 4ac < 0$, **a parábola não intercepta o eixo x**. Não há raízes ou zeros da função.

Exemplo: $y = f(x) = x^2 - x + 2$

$$x^2 - x + 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4.(1).(2) = 1 - 8 = -7 < 0$$

Gráfico:



CONSTRUINDO O GRÁFICO DA FUNÇÃO DO 2º GRAU

Para finalizarmos (ufa!), vamos desenhar o gráfico da função

$y = -x^2 - 4x - 3$

1ª etapa: Raízes ou zeros da função

$-x^2 - 4x - 3 = 0$

Aplicando a fórmula de Bháskara

$x_1 = -1 \; e \; x_2 = -3$

2ª etapa: Coordenadas do vértice

- Coordenada x $= -\dfrac{b}{2a} : -\left(-\dfrac{4}{2.-1}\right) = \dfrac{4}{2} = 2$

- Coordenada y: Basta substituir o valor de x obtido na função

$$y = -x^2 - 4x - 3 = -(-2)^2 - 4.(-2) - 3 = -4 + 8 - 3 = 1$$

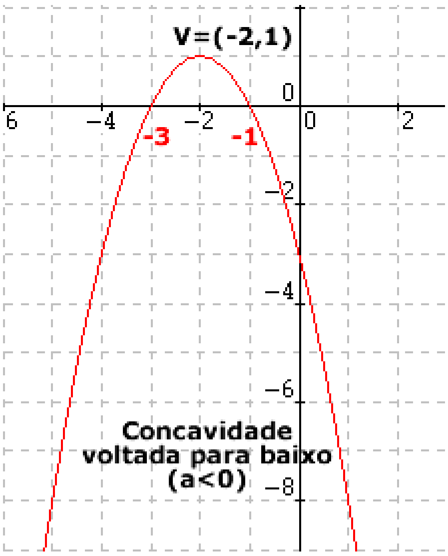
Portanto, V=(-2,1)

3ª etapa: Concavidade da parábola

$y = -x^2 - 4x - 3$

Como $a = -1 < 0$, a concavidade estará voltada para baixo

Feito isso, vamos esboçar o gráfico:

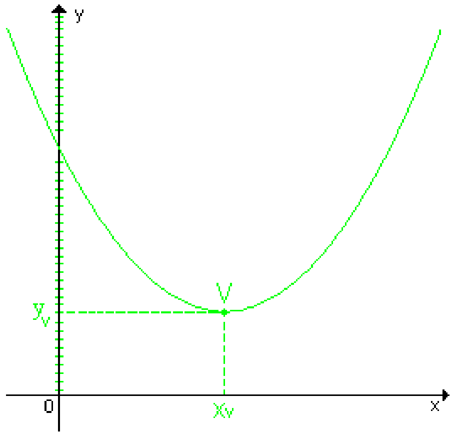


Imagem

O conjunto - imagem ***Im*** da função $y = ax^2 + bx + c, \; a \neq 0$, é o conjunto dos valores que y pode assumir. Há duas possibilidades:

1º - quando a > 0,

Na função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, quando a > 0, a parábola que a representa tem concavidade voltada para cima. Portanto:

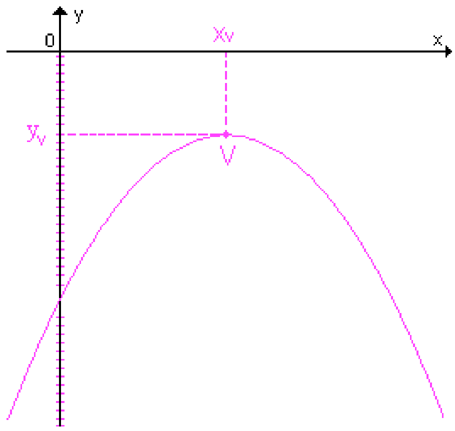


- $V(x_v, y_v)$ é o ***ponto mínimo*** de f.
- $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$ corresponde ao valor mínimo de f.
- O conjunto imagem de f é dado por:

$$\text{Im} = \left\{ y \in \mathbb{R} \;\middle|\; y \geq y_v = \frac{-\Delta}{4a} \right\}$$

2º quando a < 0,

Na função quadrática $f(x) = ax2 + bx + c$, quando a > 0, a parábola que a representa tem concavidade voltada para baixo. Portanto:

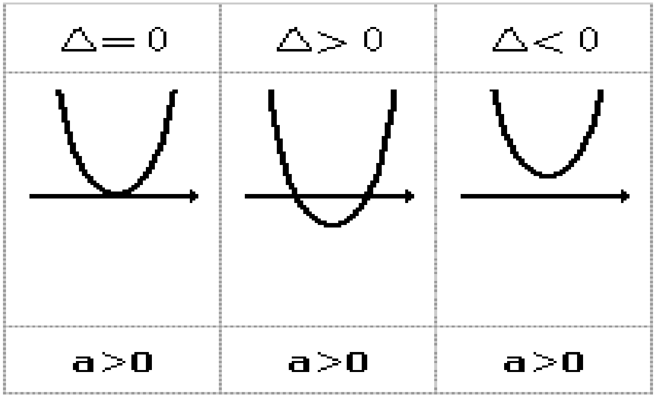


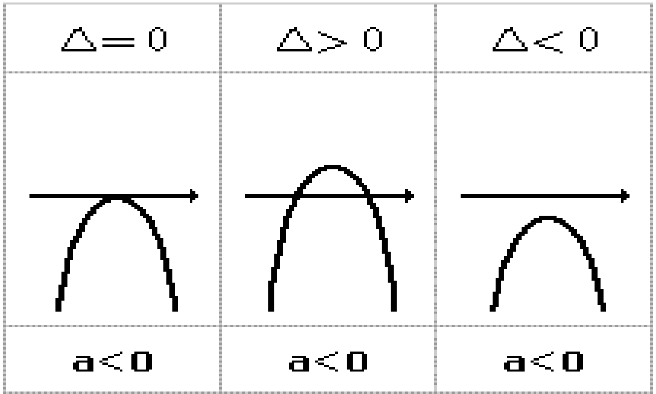
a < 0

- $V(x_v, y_v)$ é o ***ponto máximo*** de f.
- $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$ corresponde ao valor máximo de f.
- O conjunto imagem de f é dado por:

$$\text{Im} = \left\{ y \in \mathbb{R} \;\middle|\; y \leq y_v = \frac{-\Delta}{4a} \right\}$$

Resumindo:



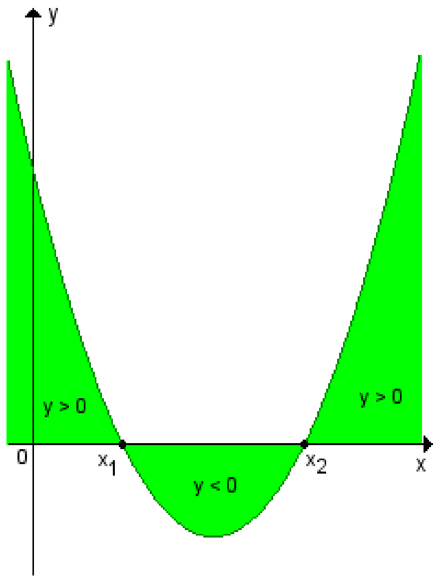


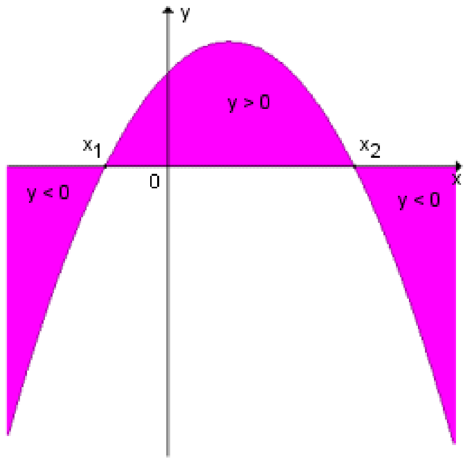
Estudo do sinal de uma função quadrática

Consideramos uma função quadrática $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ e determinemos os valores de ***x*** para os quais ***y*** é negativo e os valores de x para os quais y é positivo. Conforme o sinal do discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$ podemos ocorrer os seguintes casos:

1º - $\Delta > \mathbf{0}$

Nesse caso, a função quadrática admite dois zeros reais distintos($x_1 \neq x_2$) . A parábola intercepta o eixo Ox em dois pontos e o sinal da função é o indicado nos gráficos abaixo:



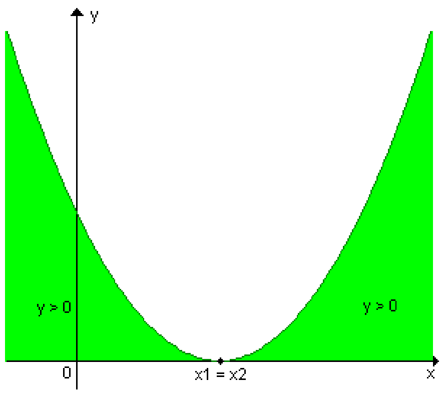


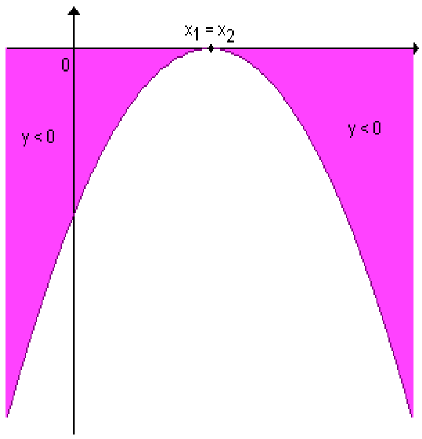
quando a > 0	quando a < 0
$y > 0 \Leftrightarrow (x < x_1 \; ou \; x > x_2)$	$y > 0 \Leftrightarrow (x < x_1 \; ou \; x > x_2)$
$y > 0 \Leftrightarrow (x_1 < x < x_2)$	$y < 0 \Leftrightarrow (x < x_1 \; ou \; x > x_2)$

Obs: em todos os casos de estudo de sinais, o y = 0 nas raízes encontradas.

2º - $\Delta = 0$

Nesse caso, a função quadrática admite dois zeros reais iguais ($x_1 = x_2$). A parábola intercepta o eixo Ox em um ponto e o sinal da função é o indicado nos gráficos abaixo:





quando a > 0

$y > 0, \; \forall x \neq x_1$

$\nexists x$ tal que $y < 0$

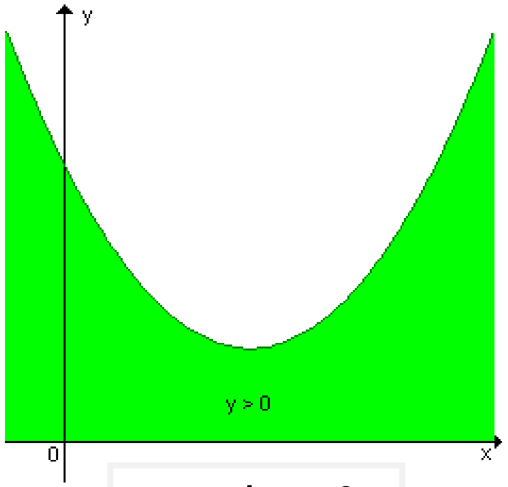
quando a < 0

$y < 0, \; \forall x \neq x_1$

$\nexists x$ tal que $y > 0$

3º - $\Delta < 0$

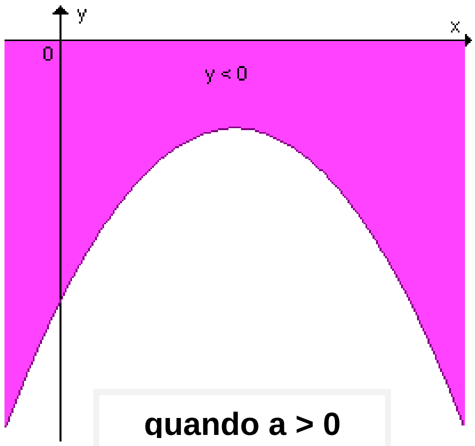
Nesse caso, a função quadrática não admite zeros reais. A parábola não intercepta o eixo Ox em nenhum ponto e o sinal da função é o indicado nos gráficos abaixo:



quando a < 0

$y > 0, \forall x$

$\nexists\ x$ tal que $y < 0$



quando a > 0

$y < 0, \forall x$

$\nexists\ x$ tal que $y > 0$

ATIVIDADE COMENTADA

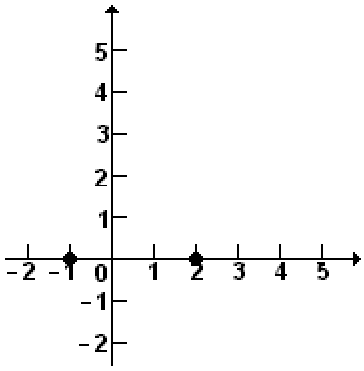
1º) Esboce o gráfico da função $f(x) = x^2 - x - 2$

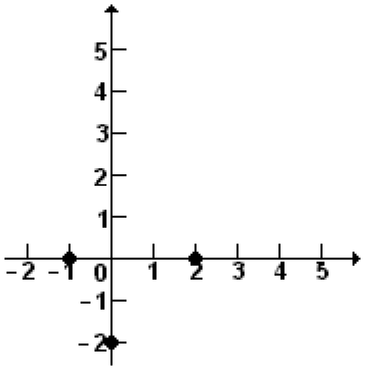
Vamos primeiro calcular as raízes usando Bhaskara. Os coeficientes são: *a=1, b=-1* e *c=-2.* Colocando na fórmula de Bhaskara, temos:

$$\frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} \begin{cases} x' = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2 \\ x'' = \frac{1-3}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \end{cases}$$

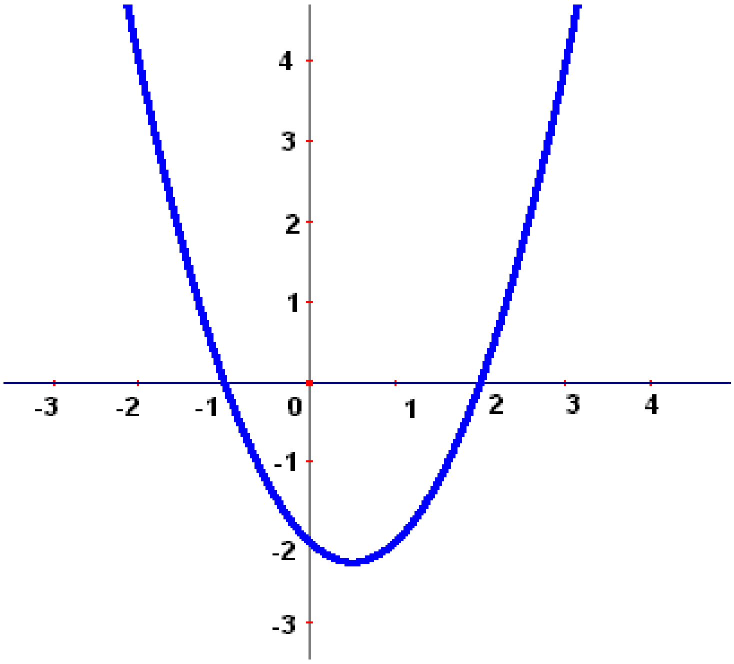
As duas raízes são *2* e *–1*, então já sabemos os pontos por onde a parábola corta o eixo X. No gráfico, fica:





Agora fazemos o estudo dos coeficientes. Vamos primeiro olhar para o *"c"*. Ele vale –2, então o gráfico da parábola com certeza corta o eixo Y no ponto *–2*. Vamos marcá-lo:

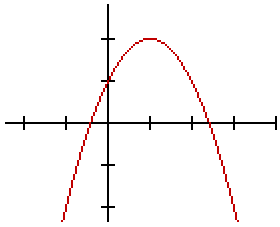
Pelo coeficiente *"a"* sabemos que ela tem a concavidade para cima, e pelo *"b"* sabemos que logo após o ponto de corte com Y ela tem que descer. Traçando o esboço, temos o seguinte:



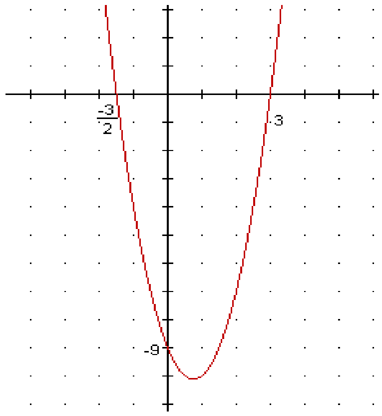
2ª ATIVIDADE DE FIXAÇÃO

1) A representação cartesiana da função $y = ax^2 + bx + c$ é a parábola abaixo. Tendo em vista esse gráfico, podemos afirmar que:

(A) $a < 0, b < 0 \; e \; c > 0$
(B) $a > 0, b > 0 \; e \; c < 0$
(C) $a > 0, b > 0 \; e \; c > 0$
(D) $a < 0, b > 0 \; e \; c < 0$
(E) $a < 0, b > 0 \; e \; c > 0$



2) Qual a função que representa o gráfico seguinte?

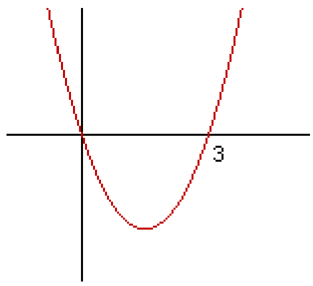


(A) $y = 2x^2 + 3x - 9$
(B) $y = -2x^2 + 3x - 9$
(C) $y = 2x^2 - 3x - 9$
(D) $y = -2x^2 - 3x - 9$
(E) $y = 2x^2 + 3x + 9$

3) O valor mínimo do polinômio $y = x^2 + bx + c$, cujo gráfico é mostrado na figura, é:

(A) -1

(B) -2



(C) $-\frac{9}{4}$

(D) $-\frac{9}{2}$

(E) $-\frac{3}{2}$

4) O movimento de um projétil, lançado para cima verticalmente, é descrito pela equação $y = -40x^2 + 200x$. Onde y é a altura, em metros, atingida pelo projétil *x* segundos após o lançamento. A altura máxima atingida e o tempo que esse projétil permanece no ar correspondem, respectivamente, a:

(A) 6,25 m, 5s

(B) 250 m, 0 s

(C) 250 m, 5s

(D) 250 m, 200 s

(E) 10.000 m , 5s

5) Considere a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a<0$ e $c>0$. O gráfico de *f*

(A) não intercepta o eixo das abscissas

(B) intercepta o eixo horizontal em dois pontos, de abscissas negativa e positiva respectivamente

(C) intercepta o eixo das abscissas em um único ponto

(D) intercepta o eixo das abscissas em dois pontos, ambos positivos.

(E) intercepta o eixo das ordenadas em dois pontos.

6) A razão entre a soma e o produto das raízes da equação $2x^2 - 7x + 3 = 0$

(A) $\frac{7}{3}$

(B) $\frac{7}{2}$

(C) $\frac{3}{2}$

(D) $\frac{3}{7}$

(E) $\frac{2}{7}$

7) A solução de $x - x^2 > 0$ é

(A) (0, 1)
(B) (-∞, 0)U(1, +∞)
(C) (-1, 1)
(D) (-∞, -1)U(1,+∞)
(E) R

8) Para que a parábola da equação $y = ax^2 + bx - 1$ contenha os pontos *(-2; 1)* e *(3; 1)*, os valores de a e b são, respectivamente,

(A) 3 e -3

(B) $\frac{1}{3}$ e $-\frac{1}{3}$

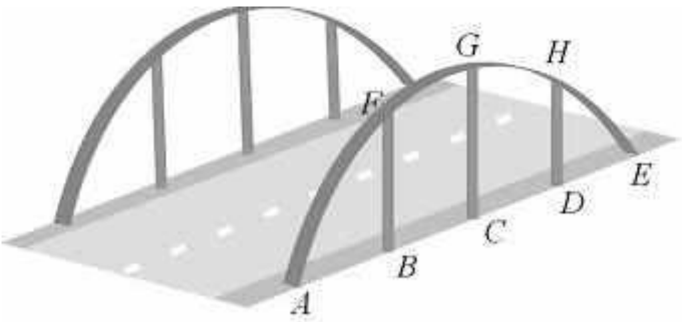
(C) 3 e $-\frac{1}{3}$

(D) $\frac{1}{3}$ e -3

(E) 1 e $\frac{1}{3}$

9) O vértice da parábola que corresponde à função $y=(x-2)^2+2$ é

(A) (-2, -2)
(B) (-2, 0)
(C) (-2, 2)
(D) (2, -2)
(E) (2, 2)



10) A figura ao lado ilustra uma ponte suspensa por estruturas metálicas em forma de arco de parábola. Os pontos A, B, C, D e E estão no mesmo nível da estrada e a distância entre quaisquer dois consecutivos é 25m. Sabendo-se que os elementos de sustentação são todos perpendiculares ao plano da estrada e que a altura do elemento central CG é 20m, a altura de DH é:

(A) 17,5m
(B) 15,0m
(C) 12,5m
(D) 10,0m
(E) 7,5m

RESPOSTAS DAS ATIVIDADES DE FIXAÇÃO

Atividade 1

1-

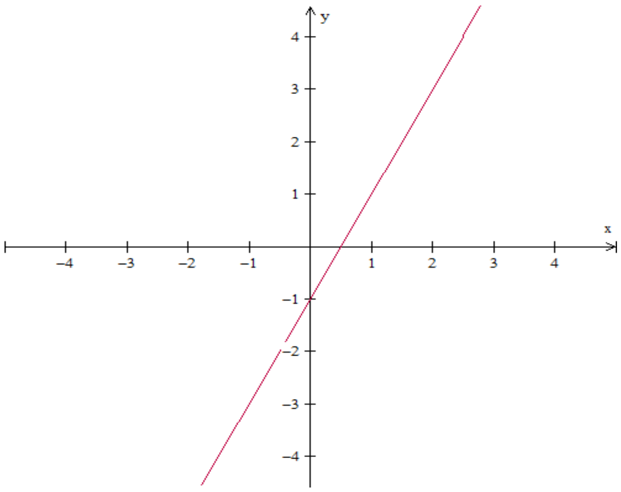
A) V(t) = 0,59t + 330,4

B) a = 0,59 e b = 330,4

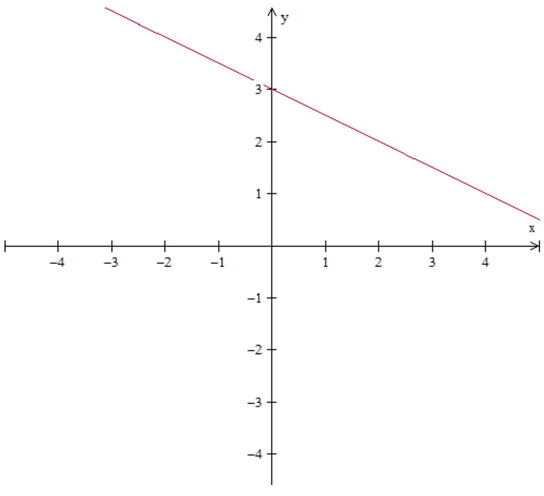
C) 364,62 m/s

2 –

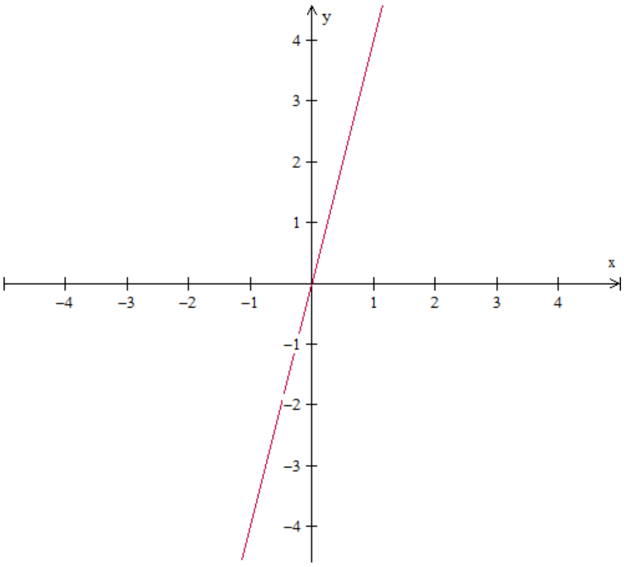
A) $y = 2x - 1$



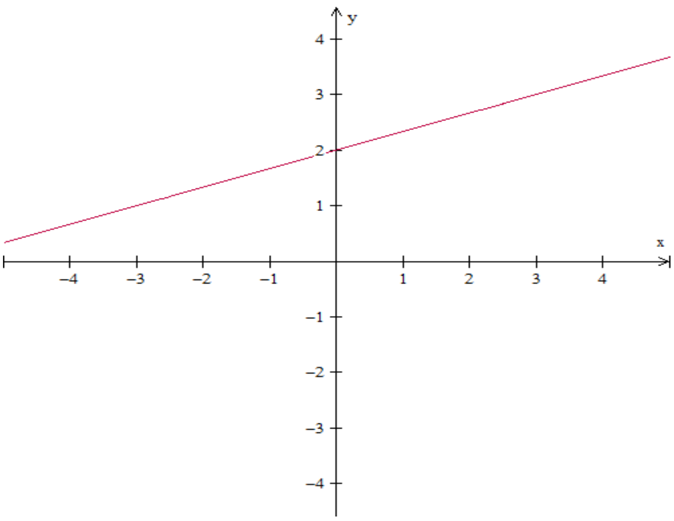
B) $y = -1/2x + 3$



C) $y = 4x$



D) $y = 1/3x + 2$



3-

a) $\frac{5}{2}$ d) $\frac{1}{5}$

b) 2 e) 0

c) 9

Atividade 2

01-E		06-A	9-E
02-C	04-C	07-A	10 - B
03-C	05-B	08-B	

REFERÊNCIAS

SOUZA, Joamir. **Coleção Novo Olhar - Matemática**. Vol. 1. São Paulo: FTD, 2011.

RIBEIRO, Jackson - **Ciência linguagem e tecnologia - Matemática**. Vol. 1. São Paulo: Scipione, 2012.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: contexto e aplicações. Vol. Único. São Paulo: Ática, 2009.

YOUSSEF, Antônio N., Soares, Elizabeth, Fernandez, Vicente Paz. **Matemática** –Vol. Único. São Paulo: Ed. Scipione, 2011.

PAIVA, Manoel. **Matemática**. Vol. Único. São Paulo: Ed. Moderna, 2005.

ARAÚJO, L. M.. **Fundamentos de Matemática**. Porto Alegre: Sagah, 2018.

SILVA, L. M.. **Matemática Aplicada à administração, economia e contabilidade:** funções de uma e mais variáveis. São Paulo: Cengage Learning, 2014.

SILVA, S. M.. **Matemática básica para cursos superiores**. São Paulo: Atlas, 2018.